



## Analytical Evaluation of 2-stage Pusher Centrifuge Dynamic Performance

Mehdi Jafari Vardanjani\*<sup>1</sup>

1. Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, National University of Skills (NUS), Tehran, Iran.

### Abstract

Mechanical filtration of solid and liquid phases with the help of centrifuge mechanism is a common operation in industries particularly for salt dehydration. The process is mainly based on the centrifuge action between particles and fluids. Currently most of the studies have been performed on single-stage centrifuges while there it is required to know and analyze the behavior of the multi-stage pusher centrifuges in order to optimize their efficiency. The structure and dynamic performance of the two-stage pusher centrifuge device has been analyzed in the current study in three phases: modal, particle behavior, and transient state dynamics analysis. The results of the modal analysis have demonstrated that the safety margin obtained in the context of the resonance occurrence for the internal basket set and subset due to linear and rotational inertial forces has been 40%. Based on the results of the transient dynamics analysis, the stability of the particle behavior has been about 5.5 s or 68% of the particle feeding time, the maximum displacement at the critical point of the inner basket subset has been 0.51 mm, and the critical stress value has been about 27 MPa; which has been acceptable in terms of mechanical strength of the assembly versus the stresses and strains caused by the operation of the device. Thus, it is recommended based on the results to maintain the maximum rotational motion (36.68 rad/s) and no significant change in the particle feeding rate compared to the specified value (0.56 kg/s).

### Keywords

Pusher Centrifuge

Dynamic Analysis

Modal Analysis

Received: 10.06.2024

Revised: 12.01.2024

Accepted: 12.30.2024

\*Corresponding Author

Mehdi Jafari Vardanjani

Email

[M-jafari@nus.ac.ir](mailto:M-jafari@nus.ac.ir)

## 1- Introduction

Mechanical filtration of solid and liquid phases is a common operation in industries including chemical, pharmaceutical, wastewater treatment, and food industries (Ergun & Orning, 1949). In this regard, centrifuges are used for a wide range of applications, the most common of which is related to dewatering (Leung, 1998). Pusher centrifuge device is used for dewatering, drying and separating materials (fibers, crystals and powders) continuously. Input mixture enters the centrifuge through the feed pipe and is distributed uniformly inside the centrifuge basket when it goes to the distributor.

Currently different theoretical researches have been done on two-stage pusher centrifuges. The main reason for this issue is the complexity and variety of centrifuge separation processes. Mainly,

the inability to determine the dimensions, shape, and movements of particles accurately due to the irregular conditions created on them, makes complex mathematical problems. This issue leads to difficulties in conducting theoretical studies of this process. On the other hand, parameter optimization based solely on experimental tests is not very reliable and costly. Therefore, in order to determine the laws governing fluid flow in the centrifuge process, appropriate mathematical models can be developed (Wang, Brannock, Cox, & Leslie, 2010).

In the present study, the analysis of the structure and dynamic performance of the two-stage pusher centrifuge device has been demonstrated. In this regard, the simulation task has been considered for the subsets of the inner basket, the outer basket, and the feeding chamber in three phases: modal

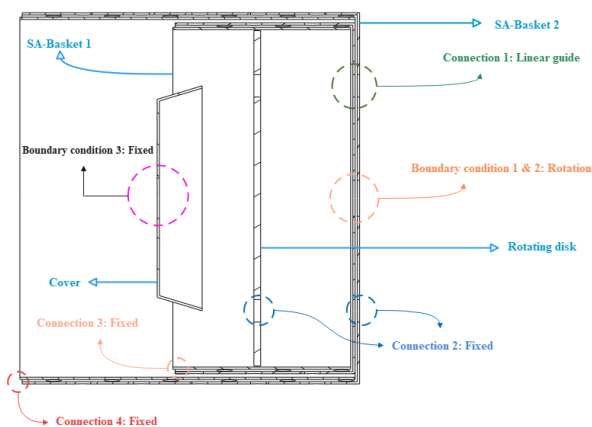


analysis, particle behavior analysis, and transient state dynamics analysis. Finite element analysis results have been analyzed and compared with the experimental results.

## 2- Methods

### 2-1-Simulations

In order to perform modal analysis in the software, boundary conditions and connections were applied on the set and members according to Fig. 1. The material used for the members was stainless AISI 304.



**Fig. 1: Schematics of the model used for modal analysis; The cut view of the model along with the display of connections and boundary conditions (The wedge-wires are depicted in a simple form for simplicity of the display.)**

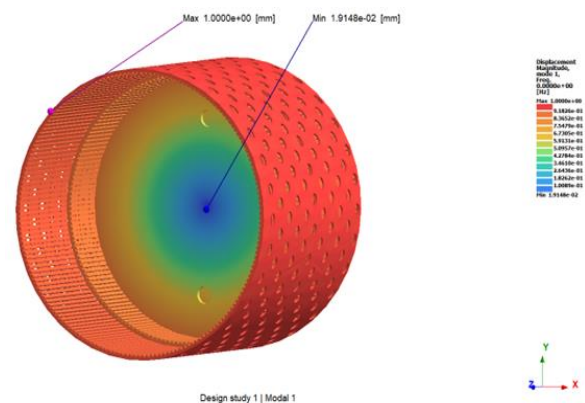
In order to apply the dynamic stress distribution obtained from the particle behavior analysis section, time-stress distribution functions were defined in the form of tabular functions

### 3- Results and Discussion

The results obtained in this section include the relative displacements caused in the parts and the calculation of their natural frequency. In order to interpret the results of the modal analysis, the natural frequencies of the set and the subset of the inner basket have been compared with the normal working vibration frequency of the device. Then the resonance phenomenon for the critical mode has been investigated. The critical mode was assumed as the mode in which the maximum displacement has occurred. Also, a comparison has been made

between the natural frequency of the set and the subset of the internal basket.

According to the rotational speed of the device (36.65 rad/s), it can be concluded that the normal working vibration frequency of the device is 5.83 Hz. According to the results the natural frequencies of the modes are different from the normal working vibration frequency of the device. Thus, the probability of the resonance phenomenon is negligible for the set. The stress distribution and displacement results have been specifically discussed here. It should be noted that displacement in transient state dynamic analysis has been about the differential displacement, while kinematic displacement and motion analysis haven't been directly analyzed here.



**Fig. 2: The result obtained from the modal analysis performed on the assembly in mode 1 in the form of the color contour of the relative maximum displacement**

### 4- Conclusions

In this study, the structure and dynamic performance of the two-stage pusher centrifuge were analyzed. In this regard, the simulation process was done in three phases: modal analysis, particle behavior analysis, and transient state dynamics analysis. Based on the results, the stability of the particle behavior was about 5.5 s or 68% of the particle feeding time, the maximum displacement at the critical point of the inner basket subset was 0.51 mm, and the critical stress on it was about 27 MPa; which means the acceptable mechanical strength of the assembly versus the stresses and strains caused by the operation of the device. What can be inferred

based on the results of the analysis was the recommendation to maintain the maximum rotational motion (36.68 rad/s) and no significant change in the particle feeding rate compared to the specified value (0.56 kg/s).

## 5- References

- [1] Ergun, S., & Orning, A. A. (1949). Fluid Flow through Randomly Packed Columns and Fluidized Beds. *Industrial & Engineering Chemistry*, 41(6), 1179-1184. doi:10.1021/ie50474a011.
- [2] Leung, W. W. F. (1998). *Industrial Centrifugation Technology*: McGraw-Hill Education.
- [3] Wang, Y., Brannock, M., Cox, S., & Leslie, G. (2010). CFD simulations of membrane filtration zone in a submerged hollow fibre membrane bioreactor using a porous media approach. *Journal of Membrane Science*, 363(1), 57-66. doi:https://doi.org/10.1016/j.memsci.2010.07.008.





## بررسی و تحلیل عملکرد دینامیک دستگاه سانتریفیوژ پوشر دومرحله‌ای

مهدی جعفری وردنجانی<sup>\*</sup>

۱- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه ملی مهارت، تهران، ایران.

### چکیده

### کلمات کلیدی

سانتریفیوژ پوشر

تحلیل دینامیک

تحلیل مودال

جداسازی و فیلتراسیون مکانیکی فازهای جامد و مایع به کمک دستگاه سانتریفیوژ پوشر، عملیاتی متداول در صنایع مختلف به شمار می‌رود. آنچه در مطالعه حاضر مدنظر است، تحلیل ساختار و عملکرد دینامیک دستگاه سانتریفیوژ پوشر دومرحله‌ای است. در این راستا تحلیل این فرآیند در قالب سه فاز تحلیل مودال، تحلیل رفتار ذرات، و تحلیل دینامیک حالت گذرا انجام شده است. نتایج تحلیل مودال نشان داده است که حاشیه ایمنی به دست آمده در زمینه وقوع تشدید برای مجموعه و زیرمجموعه سبد داخلی ناشی از نیروهای اینرسی خطی و دورانی ۴۰٪ بوده است. همچنین بر اساس نتایج تحلیل دینامیک گذرا مدت زمان پایداری رفتار ذرات در حدود ۵.۵ s یا ۶۸٪ مدت زمان تغذیه ذرات، جابجایی حداکثر در نقطه بحرانی زیرمجموعه سبد داخلی حداکثر ۱.۳ mm و تنش بحرانی وارد شده بر آن در حدود ۷۰ MPa است؛ که به معنای استحکام مکانیکی قابل قبول مجموعه در مقابل تنش‌ها و کرنش‌های ناشی از عملکرد دستگاه است. آنچه با توجه به نتایج تحلیل انجام شده می‌توان استنباط نمود، توصیه بر حفظ حرکت دورانی حداکثر (۳۶.۶۸ rad/s) و عدم تغییر قابل توجه نرخ تغذیه ذرات نسبت به مقدار مشخص شده (۰.۵۶ kg/s) می‌باشد.

دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۰۷/۱۵

بازنگری مقاله: ۱۴۰۳/۰۹/۱۱

پذیرش مقاله: ۱۴۰۳/۱۰/۱۰

\*نویسنده مسئول

مهدی جعفری وردنجانی

ایمیل

[m-jafari@nus.ac.ir](mailto:m-jafari@nus.ac.ir)

### ۱- مقدمه

حین تغذیه مواد، عملیات آب‌گیری و جداسازی و استحکام ایستا قرار دارد. بنابراین، عملکرد دستگاه به‌طور قابل توجهی تحت تأثیر نرخ تغذیه مواد و گردش آنها در طول چرخه کاری قرار می‌گیرد. این پارامترها بر استهلاک و آلودگی صوتی دستگاه نیز تأثیرگذار هستند. مجموعه این موارد ضرورت تحلیل ساختار و عملکرد دینامیکی دستگاه را اثبات می‌نماید.

سانتریفیوژهای کاسه‌ای و لوله‌ای جهت جداسازی یا طبقه‌بندی مؤثر جامدات ریز استفاده می‌شوند که این امر به دلیل شتاب گریز از مرکز بالای آنها می‌باشد [۱]. در طی فرآیند جداسازی گریز از مرکز، تهنشینی و ظهور رسوب‌ها رخ می‌دهد. رفتار رئولوژیکی این رسوب بر شکل آن تأثیرگذار است. با این حال شکل رسوب تأثیر قابل توجهی بر شرایط جریان داخل سانتریفیوژ دارد. این موضوع میزان کارایی و سرعت جداسازی را تحت تأثیر قرار می‌دهد [۲]. عملکرد سانتریفیوژها

جداسازی و فیلتراسیون مکانیکی فازهای جامد و مایع، عملیاتی متداول در صنایع به شمار می‌رود. این صنایع شامل صنایع شیمیایی، داروسازی، تصفیه فاضلاب، و صنایع غذایی می‌شود [۱]. در این راستا سانتریفیوژها برای طیف وسیعی از کاربردها استفاده می‌شود که رایج‌ترین کاربرد آنها مربوط به بحث آب‌گیری می‌شود [۲]. دستگاه سانتریفیوژ پوشر<sup>۱</sup> برای آب‌گیری، خشک کردن و جداسازی مداوم مواد (الیاف، کریستال‌ها و پودرها) استفاده می‌شود. مخلوط ورودی از طریق لوله تغذیه وارد سانتریفیوژ می‌شود و هنگامی که به سمت توزیع‌کننده می‌رود به‌طور یکنواخت در داخل سبد سانتریفیوژ توزیع می‌شود. سپس می‌توان فاز جامد تشکیل شده روی سبد را توسط جت‌های آب شست. در واقع فرآیند آب‌گیری توسط نیروی گریز از مرکز سانتریفیوژ انجام شده، تخلیه فاز جامد به‌صورت خشک انجام می‌شود. بنابراین، عملکرد دستگاه تحت تأثیر پارامترهایی شامل تعادل دورانی دستگاه

### <sup>۱</sup> Pusher centrifuge



گرچه تحقیقات گسترده‌ای در زمینه سانتریفیوژهای کاسه‌ای و لوله‌ای، و قوانین سیال حاکم بر آنها دیده می‌شود، لیکن به‌ندرت مبحث سانتریفیوژهای پوشر دومرحله‌ای و چندمرحله‌ای جداساز مورد تحلیل قرار گرفته است [۸]. سانتریفیوژهای دومرحله‌ای از جمله سانتریفیوژهای جداکننده‌ای هستند که تخلیه آنها به‌صورت مرحله‌ای انجام می‌شود که امکان انجام عملیات پیوسته را دارند. در این سانتریفیوژها تمام مراحل جداسازی، شستشو، خشک‌کردن، و تخلیه در سرعت نهایی دستگاه قابل انجام است. این سانتریفیوژها علاوه بر طراحی ساختار مناسب، قابلیت استخراج پیوسته مواد، مصرف پائین، ظرفیت بالا، و حفظ رطوبت در مقادیر پائین را دارند. بنابراین از این دستگاه در صنایع شیمیایی بسیاری جهت جداسازی مواد از فازهای ناهمگون و آب‌گیری مخلوط‌های حاوی کریستال یا جامدات فیبری استفاده می‌شود [۹].

در حال حاضر تحقیقات تئوری متفاوتی روی سانتریفیوژهای پوشر دومرحله‌ای در حال انجام است. البته، پیش‌بینی عملکرد و انجام محاسبات طراحی در این ماشین‌ها به آزمایش‌ها تجربی وابسته است. دلیل اصلی این موضوع پیچیدگی و گوناگونی فرآیندهای جداسازی سانتریفیوژ است. عمدتاً عدم توانایی در تعیین دقیق ابعاد، شکل، و حرکات ذرات به دلیل شرایط نامنظم ایجاد شده روی آنها، مسائل ریاضی پیچیده‌ای را ایجاد می‌کند. این موضوع منجر به دشواری در انجام مطالعات تئوری این فرآیند می‌شود. از طرف دیگر بهینه‌سازی پارامترها صرفاً بر اساس آزمایش‌ها تجربی چندان قابل اعتماد نبوده، هزینه‌بر است. بنابراین جهت تعیین قوانین حاکم بر جریان سیال در فرآیند سانتریفیوژ، مدل‌های ریاضی مناسبی را می‌توان توسعه داد [۱۰].

برای شبیه‌سازی‌های عددی مکانی و زمانی، رویکردی بر اساس روش سریع اولبری فری [۱۱] جهت رسیدن به تعادلی بین دقت فیزیکی موردنیاز و زمان انجام محاسبات، ابداع شده است. در این روش فاز جامد (ذرات پودر نمک موردنظر) و فاز مایع به‌صورت یک‌فاز مخلوط تقریب زده می‌شوند. بنابراین جهت در نظر گرفتن تأثیر شرایط مختلف این سیال بر رفتار جریان مخلوط موردنظر، مقدار متوسط ویسکوزیته مکانی و زمانی سیال و اندازه سَط ذرات در نظر گرفته شده است. میدان سرعت  $\vec{v}(\vec{x}, t)$  برای فاز مخلوط به‌وسیله حل معادلات ناویر-استوکس محاسبه شده است.  $\vec{x}$  موقعیت در فضا، و  $t$  زمان است. میدان سرعت ذرات  $(v_p(\vec{x}, t))$  را می‌توان بر اساس میدان سرعت فاز مخلوط

در مطالعات ابتدایی بر اساس روش سیگما مورد ارزیابی قرار گرفته است [۵]. در این روش پیچیدگی شرایط آشفتگی جریان گذرا و رسوب‌های رشد‌کننده نادیده گرفته می‌شود. این امر باعث ایجاد اختلاف‌هایی بین نتایج ارزیابی عملکرد جداسازی در عمل و مباحث تئوری می‌شود [۳]. برخی مطالعات به‌طور کامل تحلیل شرایط جریان در سانتریفیوژها را بر اساس شبیه‌سازی دینامیک سیالات محاسباتی<sup>۱</sup> انجام داده‌اند. در این راستا انواع مختلفی از رویکردها برای شبیه‌سازی جریان‌های چند فاز آشفته مشاهده شده‌اند. رویکردهای مورد استفاده در این زمینه شامل روش‌های استاندارد و توسعه یافته CFD توسط محققان می‌شود [۶]. با توجه به تحلیل‌های صورت گرفته در زمینه مبحث جداسازی، این موضوع مشخص شده است که بررسی فرآیند جداسازی سانتریفیوژهای پیوسته و نیمه پیوسته، تا حدودی وابسته به شبیه‌سازی شرایط جریان می‌باشد. لازم به ذکر است که استفاده از مدل‌های ساده‌شده جهت بررسی جریان‌های مختلف ذرات و مایعات، به همراه بررسی آثار رسوب‌دهی نیز نتایج مطلوب و مناسبی را ارائه داده‌اند [۷]. از آنجائی که جریان‌های پیچیده چند فاز در سانتریفیوژها اتفاق می‌افتد، نحوه چیدمان قطعات دستگاه سانتریفیوژ، پارامترهای تنظیمی فرآیند، و ویژگی‌های مواد بر الگوی جریان تأثیر می‌گذارد. گرچه جهت طراحی یک سانتریفیوژ یا فرآیند جداسازی مکانیکی، نیاز به شناخت شرایط جریان می‌باشد، لیکن بررسی تجربی جریان درون سانتریفیوژها بسیار پیچیده است. از این رو CFD جایگزین مناسبی نسبت به آزمایش عملی می‌باشد. در این راستا بورگر و همکاران [۷] فرآیند ایجاد رسوب را به کمک یک رویکرد ساده در سانتریفیوژها بررسی کردند. در این تحلیل رفتار ته‌نشینی مواد تنها با تابع چگالی شار توصیف شده است. نتایج عددی مطابقت خوبی را با نتایج آزمایش‌ها تجربی یک فرآیند سانتریفیوژ نشان داده است.

رومانی و همکاران [۳] نیز فرآیند رسوب را در یک سانتریفیوژ کاسه‌ای با رویکرد اولبر-لاگرانژی<sup>۲</sup> بررسی کردند. جریان هر سه فاز موجود در سانتریفیوژها به‌صورت مکانی و زمانی به‌طور جداگانه حل شد که نیاز به صرف زمان طولانی جهت انجام محاسبات داشته است. بنابراین به‌ناچار مدت زمان کوتاهی جهت تحلیل این فرآیند در نظر گرفته شد. به‌طور کلی تمام روش‌های به‌کاررفته در مطالعات پیشین موجود در تحقیقات گذشته، مصالحه‌ای رابین دقت فیزیکی نتایج و زمان انجام محاسبات در نظر گرفته‌اند، که امری طبیعی به شمار می‌رود.

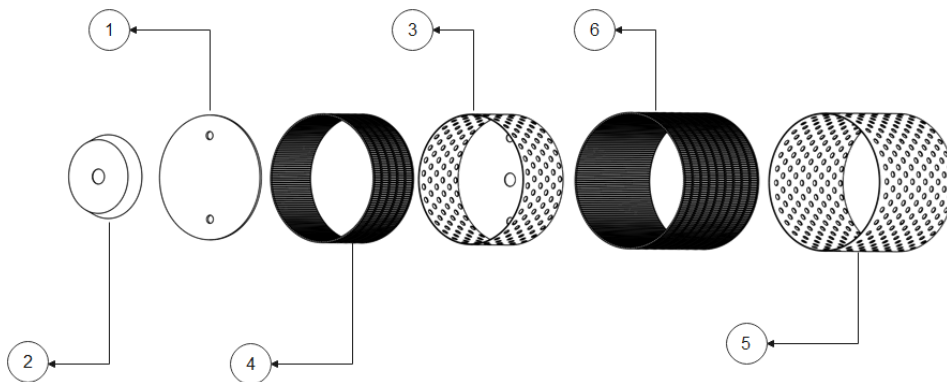
<sup>2</sup> Euler-Lagrange<sup>1</sup> Computational fluid dynamics (CFD)

آنچه در طرح حاضر مدنظر است، تحلیل ساختار و عملکرد دینامیک دستگاه سانتریفیوژ پوشر دومرحله‌ای است. در این راستا پس از مدل‌سازی انجام‌شده جهت ایجاد هندسه اعضای اصلی شامل زیرمجموعه‌های سبد داخلی، سبد خارجی، و محفظه تغذیه، مبحث شبیه‌سازی در سه فاز تحلیل مودال<sup>۲</sup>، تحلیل رفتار ذرات، و تحلیل دینامیک حالت گذرا<sup>۳</sup> انجام‌شده است. دلیل جداسازی دو بخش تحلیل رفتار ذرات و رفتار دینامیک حالت گذرا، ملاحظات انجام‌شده در زمینه محاسبات المان محدود و دستیابی به دقت موردنیاز است. بخش‌هایی از نتایج تحلیل المان محدود با نتایج تجربی مورد مقایسه و تحلیل قرار گرفته است. جدول ۱ فهرست قطعات موجود در مدل ایجادشده شکل ۱ را نشان می‌دهد.

و سرعت‌تنشینی فضایی  $v_{Bulk}$  ارزیابی نمود. این کار باعث کاهش زمان حل نسبت به روش کلاسیک اویلری<sup>۱</sup> می‌شود. در همین راستا جهت لحاظ نمودن رفتارهای مختلف فاز مخلوط از یک ویسکوزیته موقت فضایی  $(\eta_{MP}(\vec{x}, t))$  استفاده شده است:

$$\eta_{MP}(\vec{x}, t) = A \cdot \eta_{Susp}(\vec{x}, t) + B \cdot \eta_{Sed}(\vec{x}, t) \quad (1)$$

در رابطه فوق،  $\eta_{MP}(\vec{x}, t)$  بر اساس ویسکوزیته مخلوط  $(\eta_{Susp}(\vec{x}, t))$  و ویسکوزیته مجازی مواد‌تنشین  $(\eta_{Sed}(\vec{x}, t))$  محاسبه شده است.  $A$  ضریب مخلوط و  $B$  ضریب فضایی‌تنشین است. مقدار  $A$  و  $B$  بسته به نوع فاز با توجه به شرط مخلوط بودن یا تنشین بودن فاز بین مقدار ۰ و ۱ تغییر می‌کنند [۱۲]. گرچه در این مطالعه از ضرایب جهت ساده‌سازی فرآیند تحلیل مخلوط و بررسی رفتار آن استفاده شده است، راه‌کار ارائه‌شده جهت پیشبرد اهداف تحلیل و شبیه‌سازی قابل تأمل و حتی کاربردی است.



شکل ۱: نمای انفجاری مدل ۳ بعدی ایجادشده جهت انجام تحلیل المان محدود

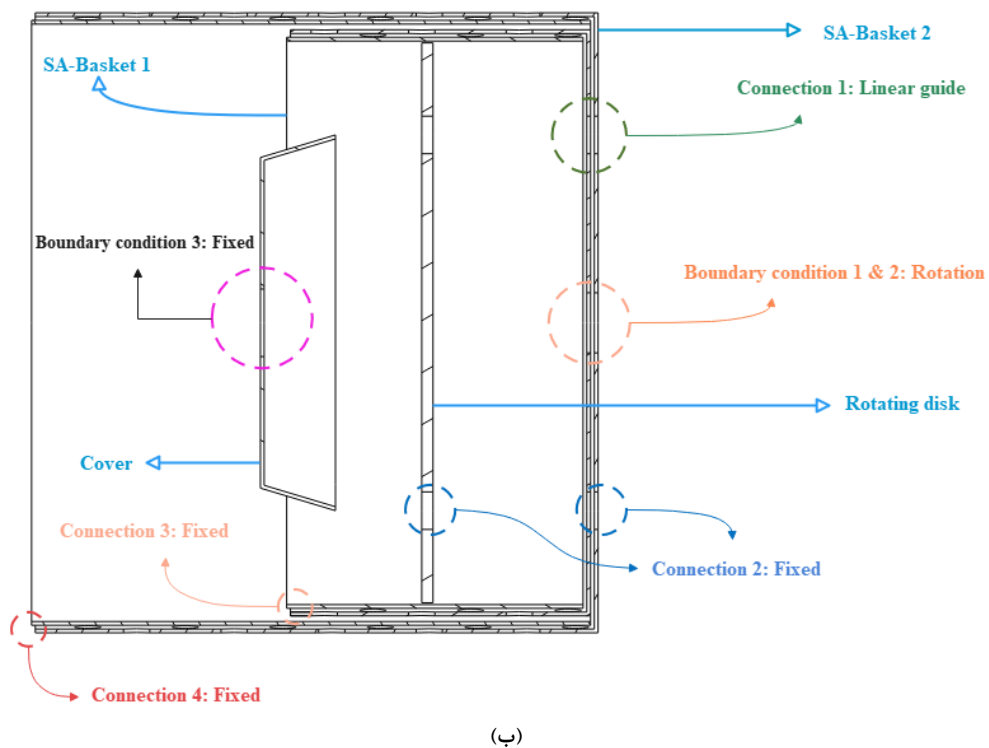
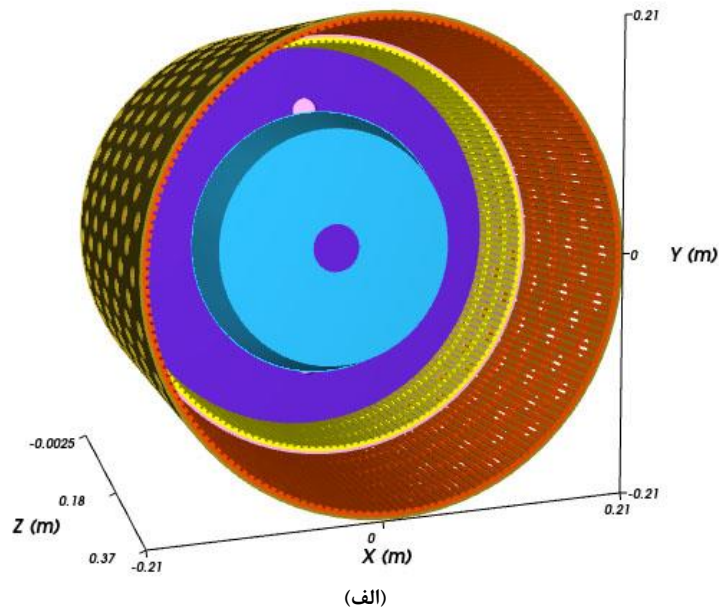
جدول ۱: فهرست قطعات مدل ۳ بعدی ایجادشده

مجموعه کامل			
شماره	قطعه	نوع	تعداد
-	زیرمجموعه سبد ۱	مونتاژ	۱
-	زیرمجموعه سبد ۲	مونتاژ	۱
۱	دیسک دوار	قطعه	۱
۲	پوسته	قطعه	۱
زیرمجموعه سبد ۱			
۳	سبد ۱	قطعه	۱
۴	شبکه سیمی ۱	قطعه	۱
زیرمجموعه سبد ۲			
۵	سبد ۲	قطعه	۱
۶	شبکه سیمی ۲	قطعه	۱

<sup>3</sup> Transient dynamic analysis

<sup>1</sup> Eulerian method

<sup>2</sup> Modal analysis



شکل ۲: تصویر مدل به کاررفته جهت تحلیل مودال؛ (الف) مدل ۳ بعدی مجموعه واردشده؛ (ب) نمای برش خورده مدل به همراه نمایش اتصالات و شرایط مرزی (جهت سادگی در نمایش، شبکه‌های سیمی به صورت ساده نمایش داده شده‌اند).

### ۲-۱- مدل ۳ بعدی

نمای انفجاری مجموعه موردنظر (شکل ۱) با طراحی زیرمجموعه سبد داخلی، زیرمجموعه سبد خارجی، دیسک دوآر، و پوسته تغذیه طبق هندسه سانتریفیوژ پوشر مدل Ferrum-P-32 ایجاد شد.

### ۲- مواد و روش‌ها

روش مدل‌سازی سه بعدی و روند شبیه‌سازی انجام‌شده در اینجا توضیح داده شده است.

## ۲-۲- شیبه‌سازی

تحلیل دینامیک موردنظر در دو مقوله مجزای تحلیل مودال و تحلیل دینامیک گذرا عضو موردنظر انجام شده است.

### ۲-۱-۲- تحلیل مودال

مراحل کار جهت تعریف شرایط مرزی و اتصالات برای مجموعه کامل و اعضا به صورت زیر قابل تعریف است.

### ۲-۱-۱-۲- مجموعه کامل

شکل ۲-الف مدل به کاررفته را جهت انجام تحلیل مودال نمایش می‌دهد. جهت انجام تحلیل مودال در نرم‌افزار COMSOL Multiphysics، شرایط مرزی و اتصالات روی مجموعه و اعضاء طبق شکل ۲-ب اعمال شد. جنس به کار گرفته شده برای اعضا فولاد زنگ نزن با کد استاندارد AISI 304 در نظر گرفته شد. ترکیب شیمیایی این فولاد در جدول ۲ و خواص فیزیکی و مکانیکی مهم آن در جدول ۳ اشاره شده است.

جدول ۲: ترکیب شیمیایی فولاد AISI 304 به کاررفته در اجزاء [۱۳].

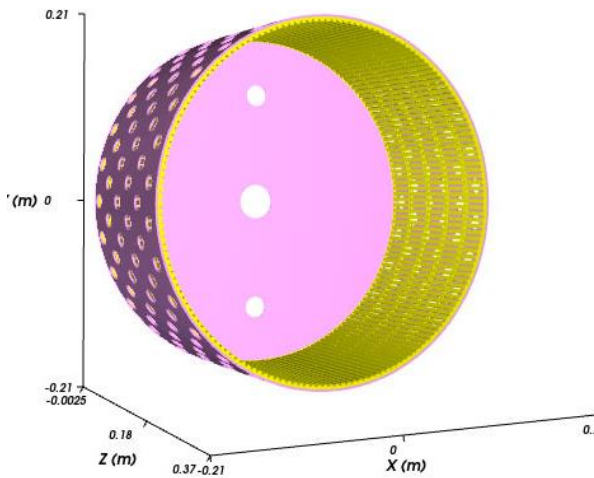
عناصر	مقدار (%)
C	0.08
Cr	18
Fe	65.8
Mn	0
Ni	8
P	0.045
S	0.03
Si	0

جدول ۳: خواص فیزیکی و مکانیکی به کاررفته برای اجزاء مجموعه [۱۳]

پارامتر	مقدار
چگالی ( $\frac{kg}{m^3}$ )	7960
مدول یانگ (MPa)	197
تنش تسلیم (MPa)	258
تنش کششی (MPa)	565
ضریب پواسون	0.27
سختی (HB)	175
استحکام خستگی (در $10^7$ دور) (MPa)	241

### ۲-۱-۲-۲- زیرمجموعه سبد داخلی

تصویر مدل واردشده از زیرمجموعه سبد داخلی (شامل شبکه سیمی و سبد مشبک) در شکل ۳ مشاهده می‌شود. این زیرمجموعه به صورت جداگانه تحت تحلیل مودال قرار گرفته است.



شکل ۳: مدل زیرمجموعه سبد داخلی

### ۲-۲-۲- تحلیل رفتار دینامیک

در ابتدای امر روش‌های متفاوت موجود از جهت قابلیت انجام و دقت مورد ارزیابی قرار گرفتند تا گزینه مناسب انتخاب شود. از آنجائی که مواد ورودی و خروجی دستگاه به صورت مواد دانه‌ای مجزاً (پودر) می‌باشد، موارد زیر را می‌توان به عنوان رویکردهای مختلف جهت انجام چنین تحلیلی اشاره نمود:

- تحلیل به صورت دینامیک انعطاف‌پذیر<sup>۱</sup> به همراه تحلیل دینامیک سیالاتی<sup>۲</sup>: این روش یکی از پیچیده‌ترین و زمان‌برترین رویکردهایی است که می‌توان جهت شیبه‌سازی چنین مسئله‌ای به آن پرداخت. گرچه از لحاظ فرضیات می‌توان گفت که چنین روشی به واقعیت نزدیک‌تر است، لیکن دینامیک انعطاف‌پذیر عضو موردنظر با توجه به هندسه نسبتاً پیچیده مشبک، و علاوه بر آن محاسبه هم‌زمان سیالاتی جهت بررسی رفتار پودر نمک، حل مسئله را تقریباً غیرممکن می‌سازد.
- تحلیل به صورت دینامیک انعطاف‌پذیر به صورت مجزاً نسبت به تحلیل دینامیک ذرات المان گسسته<sup>۳</sup>: در این روش یک‌بار عمل شیبه‌سازی به صورت دینامیک اجسام صلب<sup>۴</sup> جهت بررسی رفتار دینامیکی ذرات انجام می‌شود. به این ترتیب میزان تماس، توزیع فشار، و تأثیر بار تصادفی ناشی از ذرات روی عضو موردنظر به دست می‌آید. بنابراین می‌توان رفتار بار نامتعادل دینامیک ناشی

<sup>3</sup> Discrete element method (DEM)

<sup>4</sup> Multi body dynamics (MBD)

<sup>1</sup> Multi flexible body dynamics (MFBD)

<sup>2</sup> Computational fluid dynamics (CFD)

- **تعریف حرکات**

حرکات دورانی و نوسان موردنیاز طبق مقادیر به‌دست‌آمده از عملکرد واقعی دستگاه، روی دیسک، زیرمجموعه سبد داخلی، و زیرمجموعه سبد خارجی اعمال شد. جدول ۵ مقادیر اعمال‌شده را نشان می‌دهد.

- **نرخ ته‌نشینی ذرات**

جهت لحاظ نمودن پدیده ته‌نشینی ذرات ناشی از نیروی گریز از مرکز در سیال جهت بررسی رفتار ذرات طی فرآیند شبیه‌سازی و تبدیل آنها به توده فیلتر شده (کیک) از نتایج آزمایش‌ها رینولد و سوکولوف<sup>۱</sup> [۶] استفاده شد. طبق نتایج این آزمایش‌ها، سرعت ته‌نشینی (u) را می‌توان در شعاع r یک ناحیه متلاطم برحسب  $m^3/s$  به‌صورت زیر نمایش داد:

$$u(r) = 1.75 \eta_1 \left[ \frac{d\omega^2 r (\rho_s - \rho_l)}{\rho_l} \right]^{0.5} \quad (2)$$

که در آن:

$$\eta_1 = (1 - x_s)^{5.5} \quad (3)$$

که در آن  $\eta_1$  ضریب اصلاحی سرعت ته‌نشینی،  $x_s$  نسبت جامد (پودر) بر مخلوط،  $d$  قطر متوسط ذرات،  $\rho_l$  چگالی سیال،  $\rho_s$  چگالی جامد (پودر)، و  $\omega$  سرعت زاویه‌ای سیال در شعاع  $r$  است. این سرعت ( $\omega$ ) را می‌توان به کمک رابطه زیر محاسبه نمود [۶]:

$$\omega(r) = \omega_0 \left[ 1 - \left( \beta \times \frac{Q}{\nu^{0.5} \cdot r_1} \right) \cdot \frac{\left( \frac{r_2}{r} \right)^2 - 1}{\left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2 - 1} \right] \quad (4)$$

که در آن  $\omega_0$  سرعت زاویه‌ای سبد،  $r_1$  شعاع سطح آزاد (سطحی از سیال که در داخل سبد در حال دوران است و با هوا در تماس است، و دیده می‌شود)،  $r_2$  شعاع دیواره سبد (شبکه سیمی)،  $Q$  دبی ورودی مخلوط سیال و پودر،  $\nu$  ویسکوزیته سینماتیک سیال، و  $\beta = 2.6 \times 10^{-7} \frac{\sqrt{s}}{m}$  است. مقادیر در نظر گرفته‌شده برای رابطه (۲) تا (۴) در جدول ۶ اشاره شده‌است.

از ذرات را استخراج نمود و از آن جهت یافتن تابع اعمال بار این ذرات روی عضو موردنظر استفاده کرد. البته باید به این نکته توجه نمود که این تابع بارگذاری، وابسته به زمان و موقعیت محیطی در داخل عضو است. همچنین لازم به ذکر است که مدت زمان پایداری رفتار ذرات در تحلیل دینامیک ذرات المان گسسته به دست می‌آید. به‌عبارت‌دیگر از زمانی که عضو از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند تا زمانی که به‌سرعت ثابت می‌رسد ملاک قطعی جهت ثبات رفتار این تابع نخواهد بود؛ بلکه باید مدت زمان ثبات رفتار بار را با توجه به تحلیل دینامیکی و نرخ خروج ذرات به دست آورد.

با توجه به رویکرد دوم می‌توان مراحل بحث تحلیل را به این صورت عنوان نمود:

- شبیه‌سازی المان گسسته ذرات
- استخراج تابع بارگذاری (توزیع تنش)
- تحلیل دینامیک حالت گذرا
- استخراج خروجی‌های مکانیکی شامل توزیع تنش و کرنش روی عضو موردنظر

## ۲-۲-۱- شبیه‌سازی المان گسسته ذرات

جهت شبیه‌سازی رفتار دینامیک پودر و ذرات تغذیه شونده، از نرم‌افزار EDEM Rocky به‌صورت تحلیل المان گسسته ذرات استفاده شد. مراحل کار به‌طور اجمالی در زیر تشریح شده‌است.

- **مدل ۳ بعدی**

شکل ۲-الف مجموعه واردشده را جهت شبیه‌سازی رفتار ذرات در نرم‌افزار نشان می‌دهد.

- **تغذیه‌کننده ذرات**

منفذ ورودی تغذیه‌کننده، با قطری برابر با قطر پوسته بخش تغذیه‌کننده در نزدیکی سوراخ مرکزی تعریف‌شده است (شکل ۲-الف). جدول ۴ مشخصات اعمال‌شده در نرم‌افزار را برای ورودی تغذیه نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که غلظت ذرات در سیال آب ۱۸٪ و زمان تغذیه از ابتدای شبیه‌سازی تا زمان ۸ s در نظر گرفته شده‌است.

<sup>1</sup> Reynold and Sokolov

جدول ۴: مشخصات ذرات تغذیه‌کننده در داخل محفظه در داخل نرم‌افزار

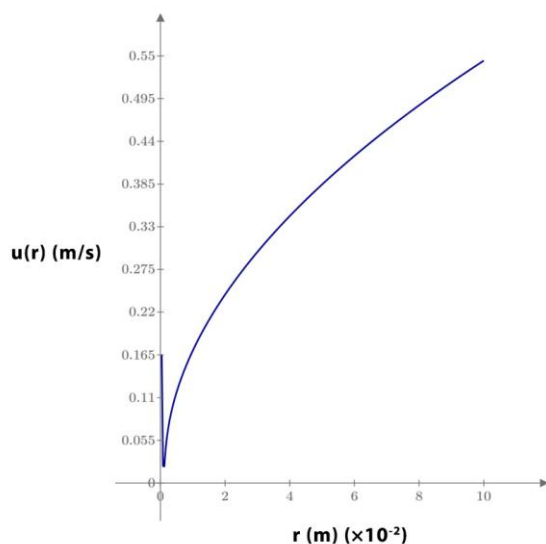
پارامتر	جرم ذره (kg)	حجم ذره (m <sup>3</sup> )	چگالی ذره (kg/m <sup>3</sup> )	دبی ورودی ذرات (جرمی) (kg/s)	دبی ورودی ذرات (حجمی) (m <sup>3</sup> /s)
مقدار	424 × 10 <sup>-6</sup>	1.96 × 10 <sup>-7</sup>	2163	0.56	2.6 × 10 <sup>-4</sup>

جدول ۵: مقادیر پارامترهای سینماتیک اعمال شده در داخل نرم‌افزار روی اجزا

عضو	سرعت دورانی (rad/s)	فرکانس نوسان (Hz)	دامنه حرکت (m)
دیسک دوآر	36.65	.	.
پوسته بخش تغذیه	.	.	.
زیرمجموعه سبد داخلی	36.65	0.5	0.025
زیرمجموعه سبد خارجی	36.65	.	.

جدول ۶: مقادیر در نظر گرفته شده برای رابطه (۲) تا (۴) جهت محاسبه نرخ ته‌نشینی ذرات

پارامتر	d (m)	ρ <sub>s</sub> (kg/m <sup>3</sup> )	ρ <sub>l</sub> (kg/m <sup>3</sup> )	x <sub>s</sub>	ω <sub>0</sub> (rad/s)	r <sub>1</sub> (m)	r <sub>2</sub> (m)	v (m <sup>2</sup> /s)	Q (m <sup>3</sup> /s)
مقدار	0.0072	2163	1000	0.2	36.65	0.18	0.1925	10 <sup>-6</sup>	0.002513



شکل ۴: نرخ ته‌نشینی ذرات (u(r)) در داخل محیط سبد داخلی (شبهه سیمی) نسبت به شعاع (r)

شکل ۴ نرخ ته‌نشینی ذرات (u(r)) در داخل محیط سبد داخلی (شبهه سیمی) نسبت به شعاع (r) نشان می‌دهد. همچنین با توجه به رابطه (۲)، تغییرات سرعت برای شعاع سطح آزاد (r<sub>1</sub>) و حداکثر (r<sub>2</sub>) به صورت  $u(r_1) = 0.73 \frac{m}{s}$  و  $u(r_2) = 0.755 \frac{m}{s}$  به دست می‌آید که نشان‌دهنده تغییرات اندک این پارامتر در راستای شعاع است. بنابراین تغییرات به دست آمده و نرخ ته‌نشینی ذرات تأثیر اندکی روی تغییرات بار و عدم تعادل رفتار آن طی فرآیند دارد و قابل چشم‌پوشی است. این موضوع در مطالعات اخیر نیز قابل مشاهده است [۱۴، ۱۵].

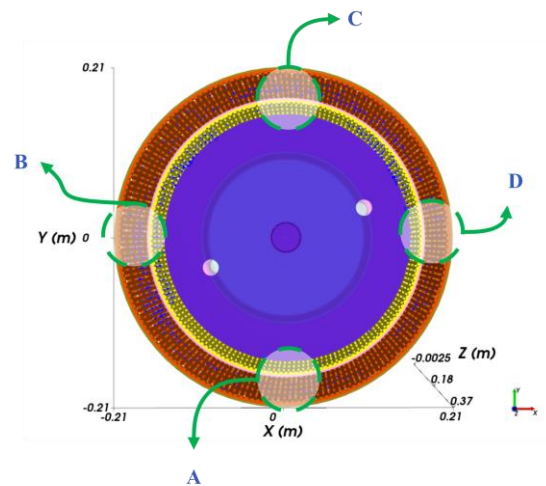
• استخراج تابع بارگذاری (توزیع تنش)

گرچه نقاط تماس طی فرآیند شبیه‌سازی متغیر است، لیکن انتخاب نقاط حساس جهت بررسی تماس ایجاد شده و استخراج توزیع تنش متغیر مناسب در مراحل بعدی شبیه‌سازی اهمیت دارد. جهت استخراج بارگذاری زمانی متغیر از نقاط موجود در این محدوده استفاده شده است. بنابراین استخراج مقادیر توزیع تنش به کمک تعریف محدوده بازرسی ۶<sup>۱</sup> وجهی در نقاط A تا D، به صورت محیطی و طولی در نرم‌افزار تحلیل رفتار ذرات با استخراج نمودارهای میانگین تنش-زمان انجام شد (شکل ۵).

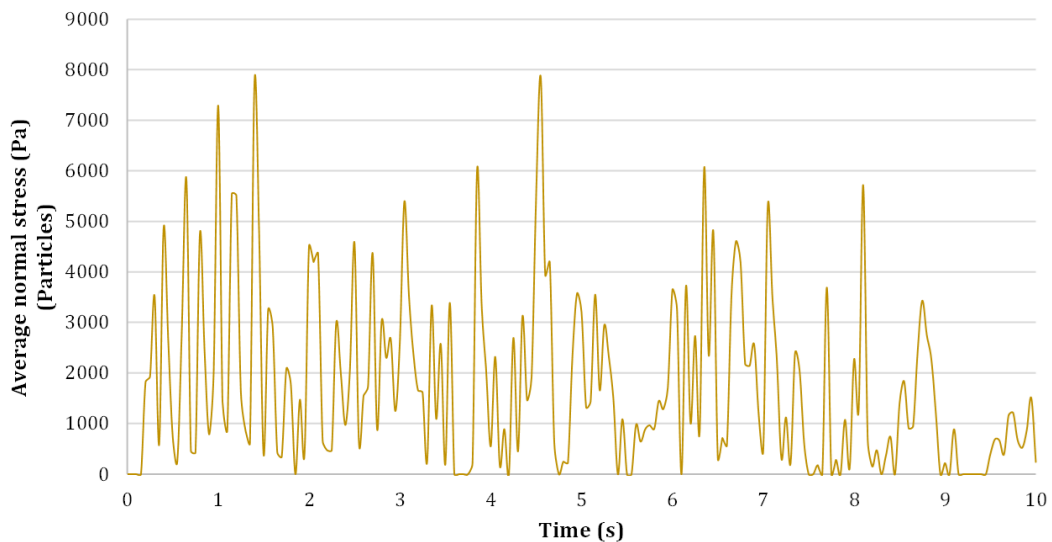
<sup>1</sup> Inspector cells (cubes)

لازم به ذکر است که انتخاب این نقاط با توجه به هندسه دوآر و حرکت دورانی مکانیزم انتخاب شده است. می‌توان گفت که نقاط A و C در دو انتهای متقابل از جهت اعمال فشار وزن ذرات قرار گرفته‌اند. به این معنا که هر دونقطه از جهت نیروی گریز از مرکز، تحت تنش قرار می‌گیرند، درحالی‌که نقطه A علاوه بر این نیرو، متحمل نیروی وزن نیز خواهد بود. همچنین نقاط B و D در منتهی‌الیه شرایط مرزی افقی قرار دارند که بنابراین یکی از نقاط حدی در این تحلیل محسوب می‌شود.

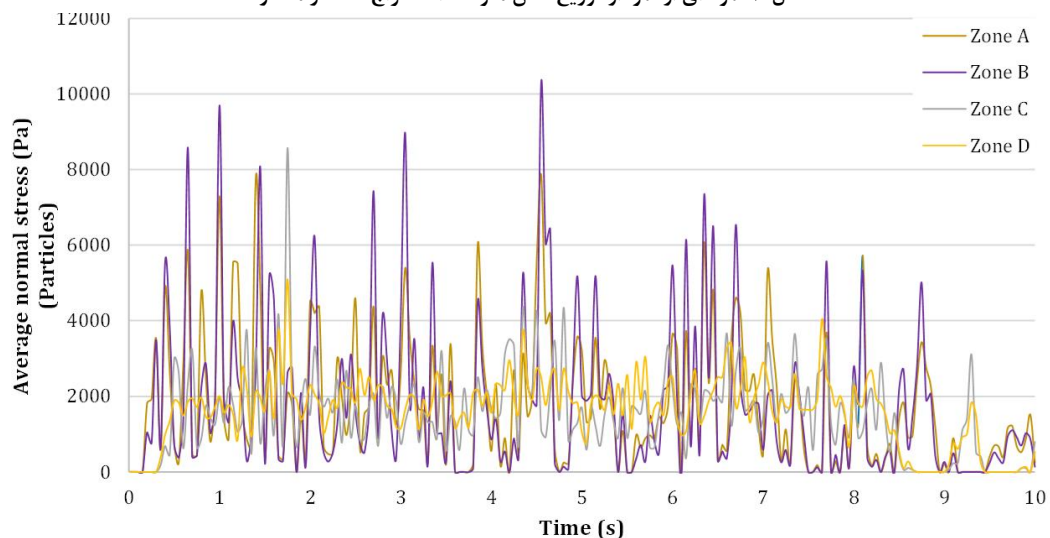
شکل ۶ نمودار تغییرات تنش قائم اعمال شده بر ناحیه A را به‌عنوان نمونه نمایش می‌دهد. همان‌طور که نمودار نشان می‌دهد، تغییرات مقدار بار در محدوده مشخصی (بین ۰ تا ۵۰۰۰ Pa) تکرار شده است.



شکل ۵: نقاط بازرسی تعریف شده در نرم‌افزار جهت استخراج نمودار توزیع تنش متوسط برحسب زمان (جهت سادگی در نمایش، پوسته بخش تغذیه مخفی شده است).



شکل ۶: نمونه‌ای از نمودار توزیع تنش متوسط استخراج شده در محدوده A



شکل ۷: تغییرات تنش اعمال شده روی نواحی A تا D در داخل زیرمجموعه سبد داخلی

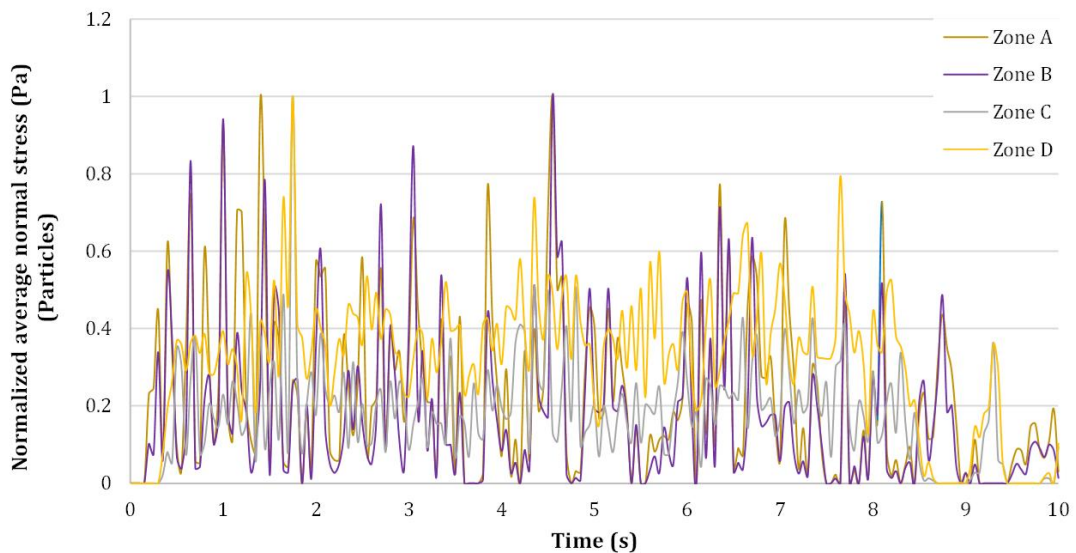
ابتدا مقادیر توزیع تنش هر ۴ ناحیه طبق شکل ۷ در طول مدت انجام شبیه‌سازی استخراج شد.

• محاسبه مقادیر نرمالیزه تغییرات بار

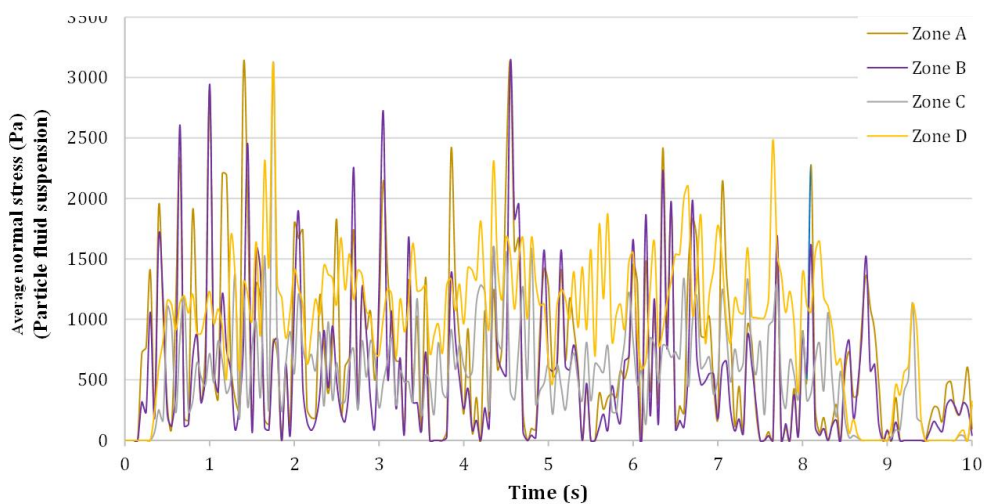
در این مرحله تابع نرمالیزه میانگین تغییرات بار در بازه بین ۰ تا ۱، با در نظر گرفتن مقادیر بیشینه و کمینه (۰) در بازه تغییرات موردنظر طبق شکل ۸ به دست آمد.

مقادیر به‌دست‌آمده از نواحی A تا D به‌صورت جدول تنش-زمان استخراج‌شده است و جهت تحلیل دینامیک حالت گذرا، به‌صورت غیرمستقیم به‌عنوان ضریب تابع تنش وابسته به زمان در سطح داخلی سبد داخلی اعمال شده است. جهت انجام این کار مراحل زیر طی شد.

• استخراج مقادیر توزیع تنش هر ناحیه



شکل ۸: مقادیر نرمالیزه میانگین تغییرات تنش اعمال‌شده روی نواحی A تا D در داخل زیرمجموعه سبد داخلی

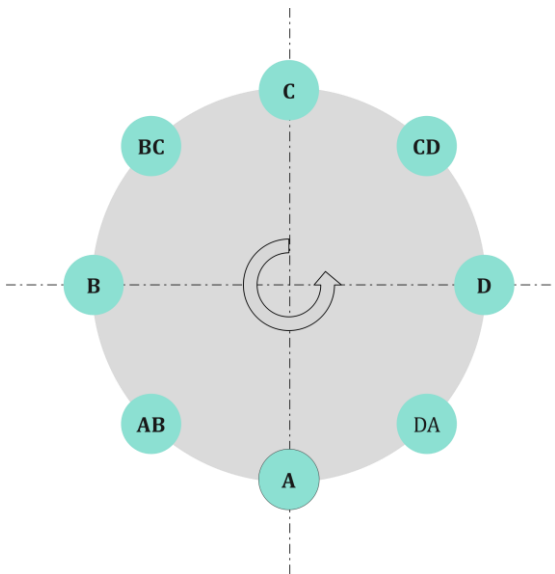


شکل ۹: مقدار تنش برحسب زمان ناشی از مخلوط سیال و ذرات جهت اعمال در داخل زیرمجموعه سبد داخلی جهت تحلیل رفتار دینامیک در حالت گذرا

جدول ۷: مقادیر در نظر گرفته‌شده برای رابطه (۵) جهت محاسبه تنش (فشار) ناشی از مخلوط

پارامتر	$\rho \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$	$\omega \left( \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)$	$R \text{ (m)}$	$r_1 \text{ (m)}$
مقدار	1000	36.65	0.1925	0.18

مقادیر لحاظ نمود. جهت دستیابی به این هدف، مقدار نرمالیزه توزیع بار هر ناحیه در نمودار شکل ۹ ضرب شده است و حاصل ضرب آن به عنوان تابع زمانی مورد نیاز جهت اعمال در تحلیل دینامیک حالت گذرا در نظر گرفته شده است. همچنین جهت افزایش دقت تحلیل در مرحله تحلیل دینامیک گذرا، نواحی مابین ناحیه‌های ۴ گانه، در نظر گرفته شده است و مقادیر آنها با انجام میان‌یابی محاسبه شده است. شکل ۱۰ چیدمان نهایی نواحی A تا D و نواحی میان‌یابی شده را نشان می‌دهد.



شکل ۱۰: تصویر شماتیک چیدمان نواحی A تا D و نواحی میان‌یابی شده (AB تا DA)

#### • محاسبه تابع بارگذاری مخلوط

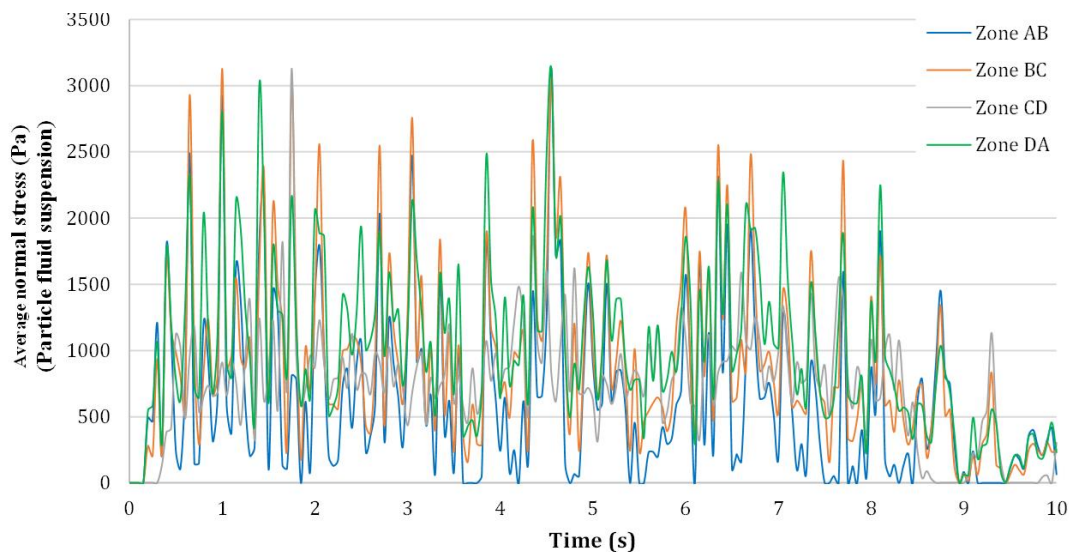
از آنجائی که ذرات پودر به صورت مخلوط با سیال در داخل مجموعه تغذیه می‌شوند، توزیع فشار نهایی ترکیبی از فشار ایجاد شده ناشی از سیال و ذرات خواهد بود. به این دلیل توزیع تنش نهایی به صورت حاصل ضرب مقادیر نرمالیزه تنش ناشی از ذرات در فشار هیدرولیک سانتریفیوژ در نظر گرفته شده است. فشار هیدرولیک ایجاد شده ناشی از سیال، روی دیواره سبد را می‌توان از طریق رابطه زیر محاسبه نمود [۱۶]:

$$p_c = \rho \omega^2 \int_{r_1}^R r dr = \frac{1}{2} \rho \omega^2 (R^2 - r_1^2) \quad (5)$$

که در آن  $p_c$  فشار هیدرولیک سانتریفیوژ،  $\rho$  چگالی سیال،  $\omega$  سرعت دورانی سبد،  $r$  شعاع،  $R$  شعاع سبد، و  $r_1$  شعاع سطح آزاد سیال است. منظور از سطح آزاد، سطحی از مخلوط سیال و ذرات است که با هوا تماس دارد. مقادیر در نظر گرفته شده برای پارامترهای فوق در جدول ۷ اشاره شده است.

بنابراین توزیع تنش (فشار) ناشی از مخلوط سیال و ذرات، جهت اعمال در بخش تحلیل دینامیک گذرا به صورت شکل ۹ در نظر گرفته شده است.

از آنجائی که نمودار به دست آمده در شکل ۹، توزیع فشار را در هر زمان به طور یکنواخت در محیط داخلی فرض می‌کند، عدم تعادل در بارگذاری در موقعیت‌های زاویه مختلف لحاظ نمی‌شود. بنابراین نیاز است که به نوعی این عدم تعادل در بارگذاری نواحی مختلف در نظر گرفته شود. در واقع باید به نوعی میزان اختلاف بار بین نواحی را



شکل ۱۱: مقادیر محاسبه شده تنش مخلوط سیال و ذرات برای نواحی میان‌یابی شده AB تا DA

[۲۰-۱۷]. با توجه به مقادیر به دست آمده در این مطالعات، مقدار متوسط نیروی اندازه‌گیری شده در اثر تماس ذرات با سطوح داخلی سبد حدود ۹٪ متفاوت بوده است. همچنین تفاوت میانگین مقدار جابجایی نسبی به دست آمده در آزمون عملی نسبت به نتایج به دست آمده در اینجا حدود ۴٪ بود. دلایل این پراکندگی بین مقادیر تجربی و شبیه‌سازی را می‌توان به عواملی مانند ساده‌سازی مفروضات اعمال شده در هندسه، دقت اندازه‌گیری در دینامومترها و کرنش‌سنج‌ها و ساده‌سازی فرضیات در نظر گرفته شده در شبیه‌سازی مرتبط دانست.

### ۳-۱- تحلیل مودال

خروجی‌های به دست آمده در این بخش شامل نمایش نسبت جابجایی‌های ایجاد شده در اعضاء و محاسبه فرکانس طبیعی آنها می‌باشد. در اینجا جهت تفسیر نتایج تحلیل مودال انجام شده ابتدا فرکانس‌های طبیعی مجموعه و زیرمجموعه سبد داخلی با فرکانس ارتعاش کاری معمول دستگاه مقایسه شده است. سپس پدیده تشدید برای مود بحرانی مورد بررسی قرار گرفته است. منظور از مود بحرانی مودی است که در آن بیشترین جابجایی رخ می‌دهد. همچنین مقایسه‌ای بین فرکانس طبیعی مجموعه و زیرمجموعه سبد داخلی انجام شده است.

شکل ۱۳ میزان جابجایی بیشینه را در مود اول تحلیل مودال انجام شده نشان می‌دهد. نتیجه به دست آمده برای تمام مودها به صورت اجمالی در شکل ۱۴ ارائه شده است. مقادیر فرکانس طبیعی برای شکل ۱۴ در جدول ۸ اشاره شده است.

لازم به ذکر است که با توجه به سرعت دورانی دستگاه طبق جدول ۵ ( $36.65 \text{ rad/s}$ )، می‌توان به این نتیجه دست یافت که فرکانس ارتعاش معمول کاری دستگاه می‌تواند  $5.83 \text{ Hz}$  است. با توجه به نتایج به دست آمده در شکل ۱۴ و جدول ۸ فرکانس‌های طبیعی مدها از فرکانس ارتعاش کاری معمول دستگاه متفاوت است. بنابراین احتمال بروز پدیده تشدید برای مجموعه قابل چشم‌پوشی است. آنچه در اینجا از اهمیت بالاتری برخوردار است، اختلاف نسبتاً کم مقدار فرکانس ارتعاشی دستگاه و فرکانس طبیعی در مود ارتعاشی دوم (شکل ۱۴-ب)) با مقدار  $8.15 \text{ Hz}$  طبق جدول ۸ است. گرچه تفاضل این دو مقدار احتمال بروز پدیده تشدید را به صورت قابل توجهی افزایش نمی‌دهد، لیکن توجه به آن حائز اهمیت است و باید در دستورالعمل استفاده از دستگاه مدنظر قرار گیرد.

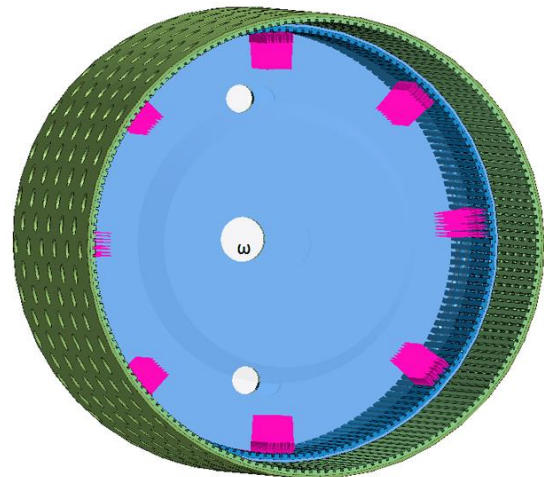
شکل ۱۱ نمودار مقادیر توزیع تنش نهایی محاسبه شده را برای نواحی میانبایی شده AB تا DA نشان می‌دهد.

### ۲-۲-۲- تحلیل دینامیک حالت گذرا

مجموعه وارد شده در نرم‌افزار جهت شبیه‌سازی رفتار دینامیک حالت گذار در شکل ۲-الف نمایش داده شده است. لازم به ذکر است که شرایط مرزی و اتصالات مشابه آنچه در بخش تحلیل مودال مطرح شد (شکل ۲-ب) انجام شده است، لیکن پارامترهای سینماتیک و دینامیک طبق جدول ۵ تعریف شده است.

جهت اعمال توزیع تنش دینامیک استخراج شده از بخش تحلیل رفتار ذرات توابع توزیع تنش زمانی به صورت توابع جدولی، در نواحی A تا D تعریف شد. بارگذاری متغیر مذکور برای سایر نواحی AB تا DA به طریق مشابه تعریف شد.

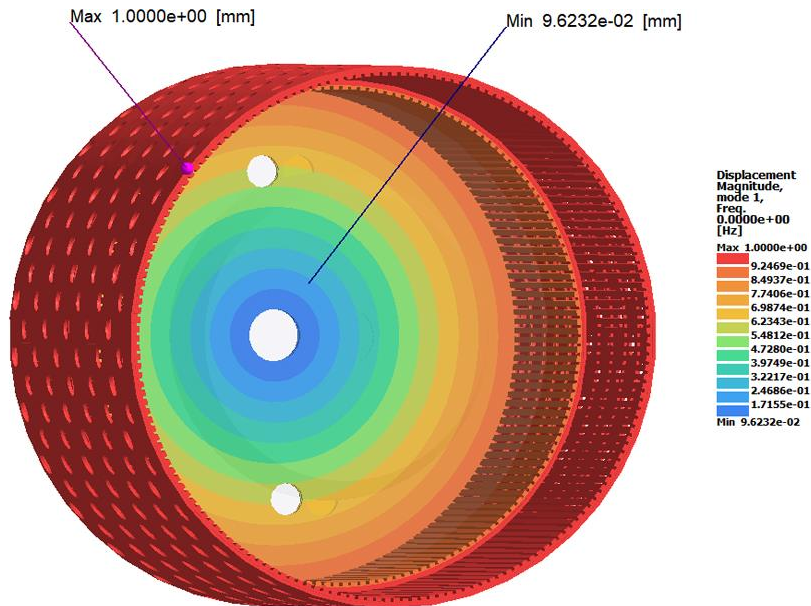
جهت تعریف دوران و اینرسی ناشی از آن روی مجموعه با سرعت زاویه‌ای مطلوب (جدول ۵)، سرعت زاویه‌ای برای کل مجموعه تعریف شد. همچنین جهت تعریف حرکت رفت و برگشتی زیرمجموعه سبد داخلی با فرکانس موردنظر (جدول ۵)، حرکت متناوب سینوسی روی زیرمجموعه سبد داخلی در نظر گرفته شد. شکل ۱۲ مجموعه آماده شده را به همراه بارگذاری‌ها و حرکات اعمال شده نمایش می‌دهد.



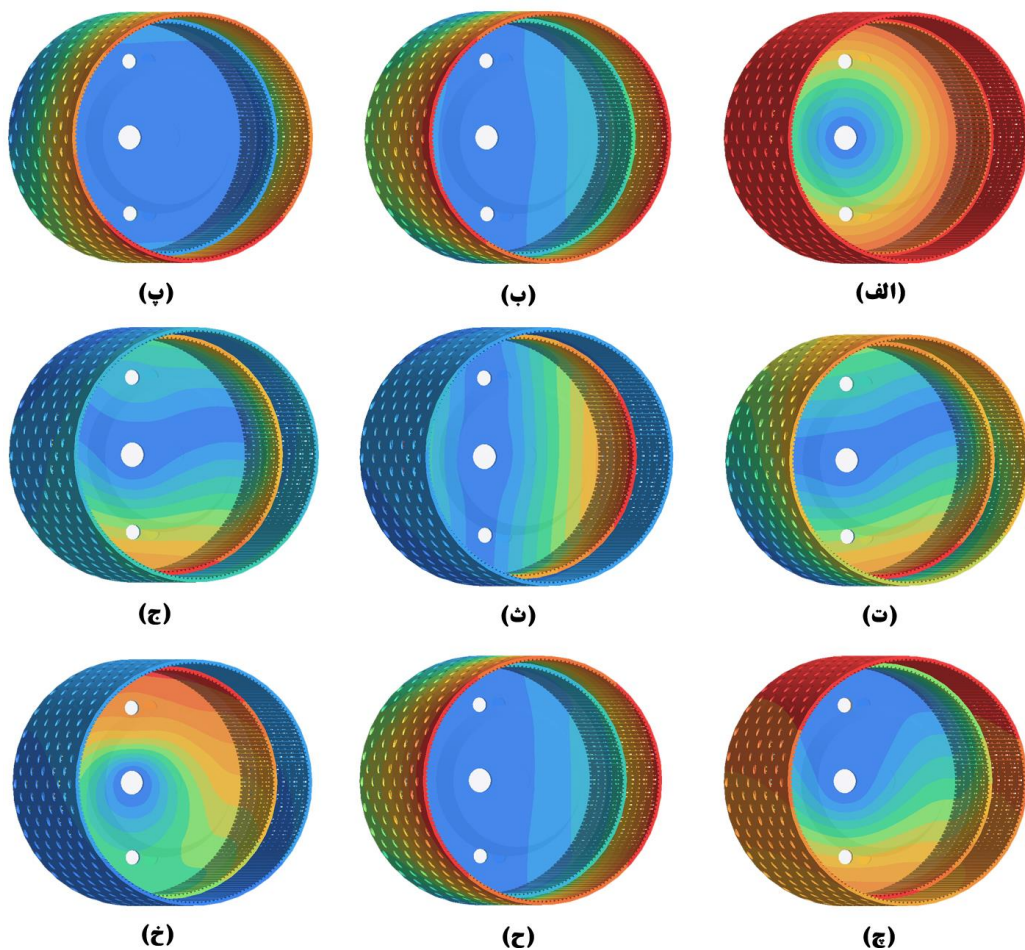
شکل ۱۲: مجموعه با تعریف بارگذاری موردنظر و حرکت متناوب زیرمجموعه داخلی (جهت نمایش وجوه داخلی، بخش تغذیه (دیسک دوآر و پوسته) مخفی سازی شده است).

### ۳- نتایج و بحث

نتایج تجربی در محدوده مقادیر نیرو و جابجایی نسبی بر اساس مطالعات قبلی انجام شده در این زمینه مورد اعتبارسنجی قرار گرفت



شکل ۱۳: نتیجه به دست آمده از تحلیل مودال انجام شده روی مجموعه در مود ۱ در قالب کانتور رنگی جابجایی بیشینه نسبی



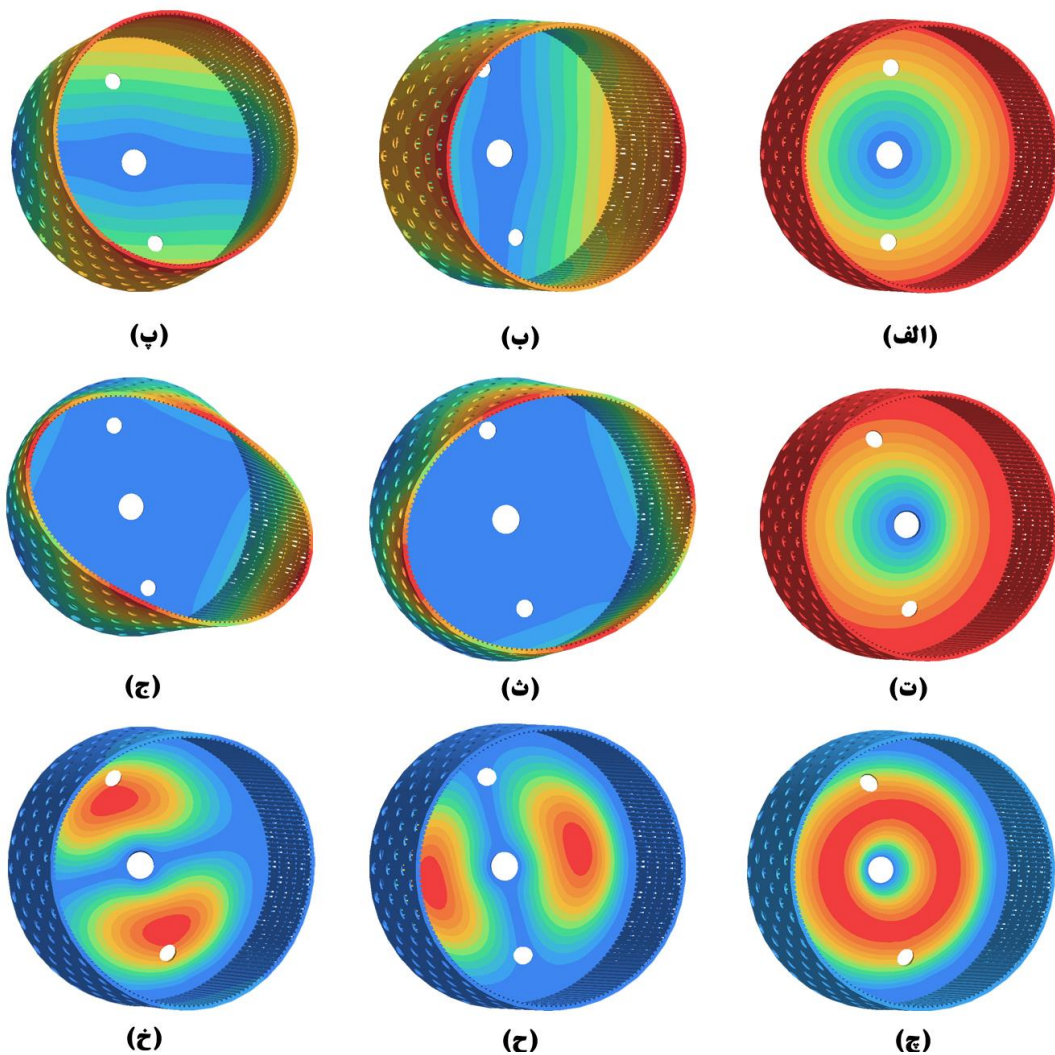
شکل ۱۴: نتایج تحلیل مودال انجام شده روی مجموعه در قالب کانتور رنگی جابجایی بیشینه نسبی: (الف) مود ۱؛ (ب) مود ۲؛ (پ) مود ۳؛ (ت) مود ۴؛ (ث): مود ۵؛ (ج): مود ۶؛ (ح): مود ۷؛ (خ): مود ۸؛ (ع): مود ۹؛ (طیف تغییرات حداقل (آبی) تا حداکثر (قرمز) برای تمام تصاویر یکسان است).

جدول ۸: مقادیر فرکانس طبیعی در مدهای ارتعاشی مورد بررسی مجموعه

مقدار فرکانس طبیعی (Hz)	شماره مد	مقدار فرکانس طبیعی (Hz)	شماره مد
23.49	۶	0.00	۱
27.76	۷	8.15	۲
29.61	۸	9.42	۳
42.11	۹	20.60	۴
		21.59	۵

مقدار بالایی برخوردار است که می‌تواند نمایانگر تشدید در این مود باشد. لیکن با مقایسه مقدار فرکانس طبیعی این مود و محدوده فرکانس معمول کاری دستگاه (۵.۸۳ Hz) مشخص می‌شود که احتمال بروز تشدید با توجه به محاسبات در این عضو ناچیز است.

در مورد فرکانس تشدید زیرمجموعه سبد داخلی موضوع کمی متفاوت به نظر می‌رسد. گرچه در اینجا نیز طبق شکل ۱۵-الف)، میزان جابجایی در مد اول نسبتاً بالا است، اما مود ۴ (شکل ۱۵-ت)) در مورد زیرمجموعه سبد داخلی دارای اهمیت است. همان‌طور که در این مود مشاهده می‌شود، جابجایی نسبی، نسبت به سایر مودها از



شکل ۱۵: نتایج تحلیل مودال انجام شده روی زیرمجموعه سبد داخلی در قالب کانتور رنگی جابجایی بیشینه نسبی؛ (الف) مود ۱؛ (ب) مود ۲؛ (پ) مود ۳؛ (ت) مود ۴؛ (ث) مود ۵؛ (ج) مود ۶؛ (چ) مود ۷؛ (ح) مود ۸؛ (خ) مود ۹؛ (طیف تغییرات حداقل (آبی) تا حداکثر (قرمز) برای تمام تصاویر یکسان است).

جدول ۹: فرکانس‌های طبیعی در مدهای ارتعاشی مورد بررسی زیرمجموعه سبد داخلی

شماره مد	مقدار فرکانس طبیعی (Hz)	شماره مد	مقدار فرکانس طبیعی (Hz)
۱	0.01	۶	178.35
۲	12.80	۷	394.29
۳	13.06	۸	425.07
۴	32.11	۹	433.89
۵	177.61		

### ۳-۲-۱- رفتار ذرات

نقاط پرتماس ایجاد شده در وسط زمان فرآیند شبیه‌سازی در شکل ۷ و شکل ۸ روی زیرمجموعه سبد داخلی مشاهده می‌شود. از آنجائی که مدت زمان تغذیه از ابتدای آغاز شبیه‌سازی تا زمان ۸ s در نظر گرفته شده است، طبق آنچه در نمودار شکل ۷ مشخص است، تنش‌های ایجاد شده پس از اتمام تغذیه روند کاهشی داشته است. علت این امر خروج تدریجی ذرات موجود در سبد داخلی بوده است که در هر بار رفت و برگشت بخشی از ذرات به زیرمجموعه سبد خارجی انتقال یافته‌اند. همان‌طور که شکل ۶ نشان می‌دهد، محدوده معمول مقادیر تنش‌ها بین ۰ تا ۴۰۰۰ Pa بوده است. با توجه مساحت بخش مورد نظر در نواحی A تا  $D (0.004 \text{ m}^2)$  می‌توان نیروی متوسط اعمال شده روی این نواحی را بین ۰ تا ۱۶ N تخمین زد. دلیل تغییرات مشاهده شده در این نمودار تماس‌های پی‌درپی و تصادفی ذرات با ناحیه مورد نظر است که باعث ایجاد نوسانات در مقدار به‌دست آمده شده است. داده‌های به‌دست آمده از این بخش نشان می‌دهد که عضو مورد نظر از لحاظ مکانیکی استحکام لازم را در برابر تنش دینامیک ایجاد شده از ذرات را دارد.

### ۳-۲-۲- رفتار دینامیک حالت گذرا

شکل ۱۶ نتایج حاصل از تحلیل دینامیک حالت گذرا را برای مجموعه نشان می‌دهد. جهت سادگی در نمایش، پوسته بخش تغذیه مخفی شده است. طبق شکل ۱۶-الف) میزان جابجایی ایجاد شده در مجموع برای نقاط محیطی و انتهایی بیشتر است. در واقع با دورتر شدن از نقاط درگیری انتقال قدرت، میزان جابجایی بیشتر شده است که امری طبیعی است. البته مقدار جابجایی مشاهده شده قابل چشم‌پوشی است. لازم به ذکر است که در تحلیل انجام شده، میزان جابجایی به‌صورت لحظه‌ای محاسبه شده است. به‌بیان دیگر، میزان جابجایی در یک بازه زمانی کوچک و موقت در نظر گرفته شده است و سرعت و شتاب ایجاد شده در اینجا انجام بررسی نشده است. همان‌طور که در شکل

در مجموع باید بیان نمود که با مقایسه مقدار فرکانس کاری معمول دستگاه با تمام مقادیر فرکانس طبیعی مجموعه مورد نظر (جدول ۸) و زیرمجموعه سبد داخلی (جدول ۹) هیچ‌یک از مدهای محاسبه شده با فرکانس ارتعاش کاری دستگاه برابر نیست. گرچه طبق جدول ۸، مقدار فرکانس طبیعی به‌دست آمده برای مود ۲ مجموعه اختلاف کمتری نسبت به سایر مقادیر دارد، لیکن از آنجائی که این مقدار (۸.۱۵ Hz) از فرکانس ارتعاش کاری دستگاه (۵.۸۳ Hz) بیشتر است، رسیدن به این مقدار عملاً اتفاق نمی‌افتد. بنابراین می‌توان حاشیه ایمنی حاصل از این مقایسه را ۴۰٪ تخمین زد.

با مقایسه مستقیم مقادیر فرکانس طبیعی در جدول ۸ و جدول ۹ این نتیجه به دست می‌آید که کمترین مقدار تفاضل (۲.۵ Hz) برای مود ۸ مجموعه و مود ۴ زیرمجموعه سبد داخلی است. لیکن به دلیل تفاوت مدها و بنابراین مکانیزم ارتعاشی، این دو مود از لحاظ تشدید به‌طور مستقیم با یکدیگر قابل مقایسه نیستند و نمی‌توان نتیجه معناداری از این مقایسه دریافت نمود. لیکن آنچه از اهمیت بالاتری برخوردار است، تفاضل اندک (۳.۶۴ Hz) بین مقادیر فرکانس طبیعی مود ۳ برای مجموعه و زیرمجموعه مورد نظر است. نتیجه مشابهی را می‌توان برای مود ۲ مجموعه و زیرمجموعه مشاهده نمود. طبق شکل ۱۵-ب)، این مود ارتعاشی مربوط به جابجایی حول یک محور افقی در صفحه کف می‌شود. از آنجاکه چنین جابجایی و حرکتی را نمی‌توان به‌طور مستقیم با عملکرد طبیعی دستگاه به دست آورد، می‌توان به این نتیجه رسید که چنین ارتعاشی دور از انتظار است.

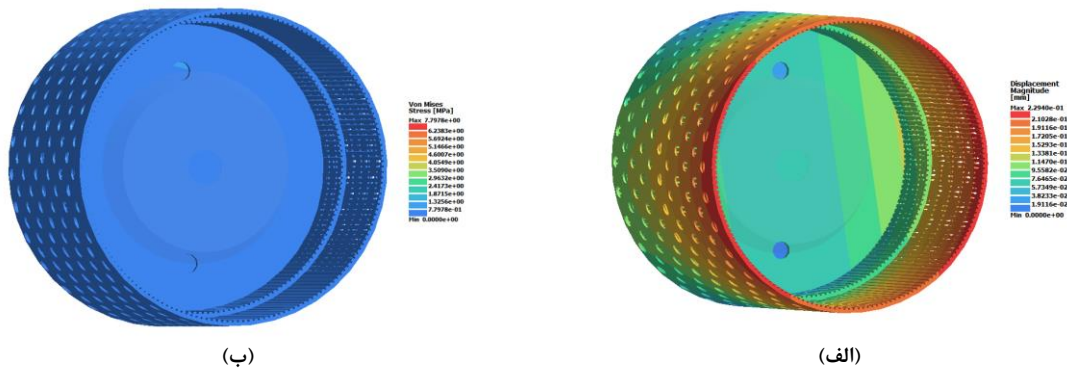
### ۳-۲-۳- رفتار دینامیک

در این بخش پارامترهای توزیع تنش و جابجایی ایجاد شده به‌طور خاص مورد بررسی قرار گرفته است. لازم به ذکر است که منظور از جابجایی در تحلیل دینامیک حالت گذرا یا موقت، جابجایی لحظه‌ای یا دیفرانسیلی است و جابجایی سینماتیک و نمایش حرکت نیاز به تحلیل دیگری دارد که در اینجا به‌طور مستقیم مدنظر نمی‌باشد.

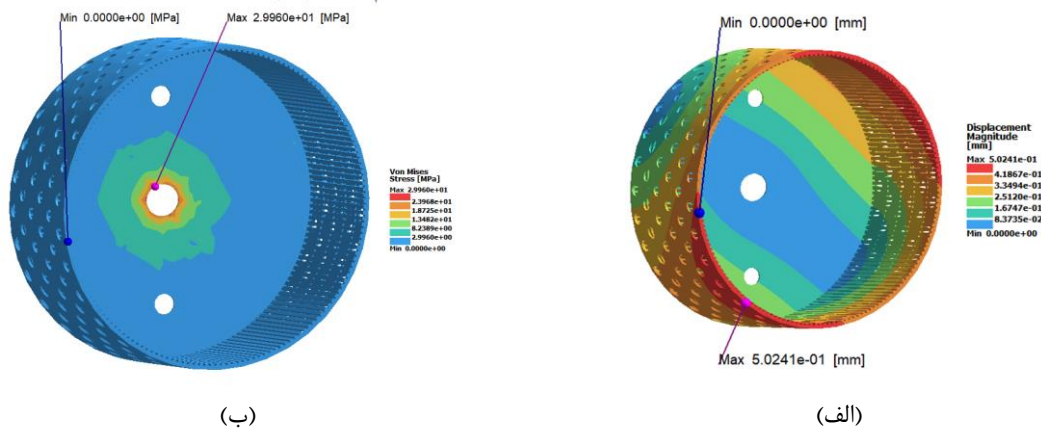
بحث توزیع تنش (شکل ۱۷-ب)) به صورت منظم‌تری مشاهده شده است. به این معنا که مقادیر تنش در اطراف سوراخ مرکزی حداکثر، و در نقاط محیطی کمترین مقدار را دارد. همچنین در صفحه کف سبد، مقادیر تنش در حلقه خارجی در حد اندکی بیش از حلقه داخلی است. در مورد توزیع تنش سوراخ‌های میله هادی تفاوت خاصی نسبت به حلقه داخلی مشاهده نشده است. بنابراین توزیع تنش ایجاد شده در صفحه کف سبد را می‌توان از لحاظ اهمیت به صورت شماتیک در شکل ۱۸ تقسیم‌بندی نمود.

۱۶- (ب) مشاهده می‌شود، مقدار توزیع تنش ایجاد شده در زیرمجموعه سبد خارجی قابل چشم‌پوشی است و آنچه باید تحت بررسی قرار گیرد زیرمجموعه سبد داخلی است.

شکل ۱۷ نتایج حاصل از تحلیل دینامیک حالت گذرا را برای زیرمجموعه سبد داخلی نشان می‌دهد. همان‌طور که در تصویر توزیع جابجایی (شکل ۱۷-الف)) مشاهده می‌شود، طبیعتاً جابجایی بیشتر در نقاط محیطی و اطراف بیشتر از بخش‌های مرکزی و سوراخ است، البته مقدار آن ناچیز است و قابل چشم‌پوشی است. نکته دیگری که در این تصویر مشاهده می‌شود این است که توزیع جابجایی ایجاد شده در صفحه کف سبد به صورت لایه‌ای تغییرات داشته است. به بیان دیگر، این تغییرات به صورت شعاعی یا حلقه‌ای نبوده است. البته جهت دوران تعریف شده در عضو، در این موضوع بی‌تأثیر نیست. این قضیه برای



شکل ۱۶: جابجایی و تغییر شکل ایجاد شده (الف) به همراه توزیع تنش (ب) روی مجموعه در وضعیت بحرانی در قالب کانتور رنگی طی فرآیند شبیه‌سازی رفتار دینامیک حال گذرا



شکل ۱۷: جابجایی ایجاد شده (الف) به همراه توزیع تنش (ب) و تغییر شکل بزرگ‌نمایی روی زیرمجموعه سبد داخلی در وضعیت بحرانی در قالب کانتور رنگی طی فرآیند شبیه‌سازی رفتار دینامیک حال گذرا

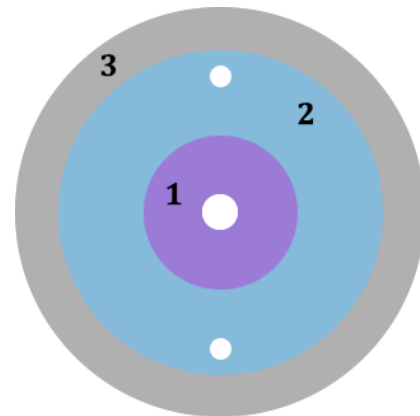
مقدار تنش معادل وون میسر زیر  $50 \text{ MPa}$  بوده است. گرچه این مقدار از لحاظ مکانیکی و جنس به کاررفته در اعضا قابل توجه نیست، لیکن جهت بررسی رفتار دینامیک مفید است.

در مجموع باید گفت که نتایج تحلیل دینامیک حالت گذرا نشان داده است که جابجایی حداکثر در نقطه بحرانی زیرمجموعه سبد داخلی حداکثر  $1.3 \text{ mm}$  و تنش بحرانی وارد شده بر آن در حدود  $70 \text{ MPa}$  است. در نتیجه استحکام مکانیکی مجموعه در مقابل تنش‌ها و کرنش‌های ناشی از عملکرد دستگاه قابل قبول است.

شکل ۲۰ تغییرات مقدار تنش طی فرآیند شبیه‌سازی رفتار دینامیک حالت گذرا برای نقطه بحرانی زیرمجموعه سبد داخلی

طبق آنچه در روابط (۲) تا (۵) گفته شد، محاسبه نرخ ته‌نشینی برای تخمین سرعت دورانی نقاط مختلف در راستای شعاع، و فشار هیدرولیک ایجاد شده ناشی از سیال، روی دیواره سبد به صورت تئوری لحاظ شده است. طبق آنچه در ابتدای بخش نتایج نیز ذکر شد، اعتبارسنجی نتایج تحلیل با توجه به نتایج آزمایش‌ها تجربی صورت گرفته در مطالعات قبلی [۲۰-۱۷] انجام شده است. نتایج این مقایسه در جدول ۱۰ قابل مشاهده است.

جهت اندازه‌گیری میزان جابجایی و تنش اعمال شده ناشی از گردش ذرات، از کرنش‌سنج‌های نصب شده روی سبد خارجی استفاده شده است. میزان جابجایی حداکثر به دست آمده به طور مستقیم متوسط این کرنش‌سنج‌ها  $1.21 \text{ mm}$ ، و تنش حداکثر معادل آن  $74 \text{ MPa}$  محاسبه شده است. با توجه به مقادیر به دست آمده در مطالعات تجربی قبلی [۲۱-۱۸]، نتایج نشان می‌دهد که نوسانات ایجاد شده در نمودارهای جابجایی و تنش اعمال شده روی بدنه دوار دستگاه، سبد خارجی تا زمان  $5.9 \text{ s}$  به مقادیر پایین‌تر از  $15\%$  مقدار متوسط رسیده است. به این ترتیب پایداری رفتار ذرات در این زمان در نظر گرفته شده است

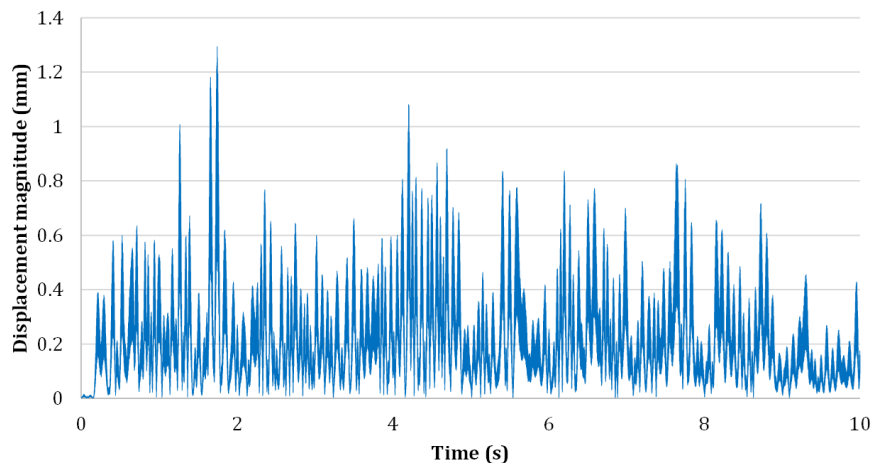


شکل ۱۸: پهنه‌بندی صفحه کف سبد از جهت اهمیت توزیع تنش

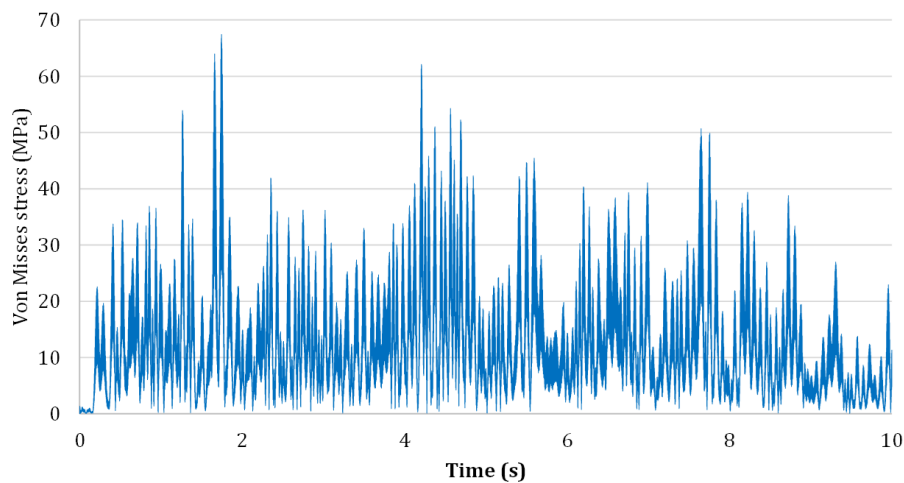
شکل ۱۹ جابجایی ایجاد شده در یکی از نقاط محیطی را با بیشترین میزان جابجایی در وضعیت بحرانی نشان می‌دهد. همان‌طور که در این نمودار مشخص است، تغییرات در بازه کوچکی رخ داده است و نوسانات زیاد آن مربوط به مقادیر کوچک آن می‌شود. نکته دیگری که در این نمودار قابل برداشت است، روند کاهشی مقادیر بیشینه آن است که به معنای پایدار شدن رفتار دینامیک آن پس از گذشت مدت زمان مشخص است. همان‌طور که نمودار شکل ۱۹ نشان می‌دهد، تغییرات قابل توجه قله‌ها پس از مدت زمان  $5 \text{ s}$  نسبتاً کاهش یافته است و می‌توان گفت که پایداری رفتار از این زمان به بعد مشاهده می‌شود. البته باید توجه داشت که کاهش مشاهده شده از در بازه زمانی  $9 \text{ s}$  تا پایان به دلیل قطع تغذیه ذرات در زمان  $8 \text{ s}$  بوده است و نمی‌توان آن را مستقیماً با تغییرات رفتار دینامیک و پایداری مرتبط دانست. همین قضیه به صورت دیگری در شکل ۲۰ در مورد تغییرات مقدار تنش برای نقطه بحرانی شکل ۱۷-ب) مشاهده می‌شود. بازم در این نمودار روند تغییرات به گونه‌ای است که پایداری نسبی پس از  $8 \text{ s}$  مشاهده می‌شود. بنابراین مدت زمان پایداری رفتار ذرات حدوداً  $5.5$  یا  $6.8\%$  مدت زمان تغذیه ذرات است. لازم به ذکر است که طبق شکل ۲۰ حداکثر

جدول ۱۰: مقایسه نتایج تحلیل نرم‌افزاری و تجربی جهت اعتبارسنجی پارامترهای خروجی

زمان پایداری [s]	جابجایی حداکثر نقطه بحرانی سبد داخلی [mm]	تنش بحرانی [MPa]	
5.5	1.3	70	تحلیل نرم‌افزاری
5.9	1.21	74	مطالعه تجربی
7.27	6.92	5.71	درصد اختلاف



شکل ۱۹: تغییرات مقدار جابجایی طی فرآیند شبیه‌سازی رفتار دینامیک حالت گذرا برای نقطه بحرانی زیرمجموعه سبد داخلی



شکل ۲۰: تغییرات مقدار تنش طی فرآیند شبیه‌سازی رفتار دینامیک حالت گذرا برای نقطه بحرانی زیرمجموعه سبد داخلی

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این مطالعه ساختار و عملکرد دینامیک دستگاه سانتریفیوژ پوشر دومرحله‌ای مورد بررسی قرار گرفت. در این راستا مبحث شبیه‌سازی در سه فاز تحلیل مودال، تحلیل رفتار ذرات، و تحلیل دینامیک حالت گذرا انجام شده است. نتایج تحلیل مودال نشان داد که حاشیه ایمنی به دست آمده در زمینه بروز پدیده تشدید با توجه به فرکانس ارتعاش کاری معمول دستگاه و فرکانس طبیعی مجموعه و زیرمجموعه سبد داخلی به واسطه تغییر در روند نیروهای اینرسی خطی و دورانی ایجاد شده ۴۰٪ می‌باشد. همچنین بر اساس نتایج تحلیل دینامیک گذرا مدت زمان پایداری رفتار ذرات در حدود ۵.۵ s یا ۶۸٪ مدت زمان تغذیه ذرات، جابجایی حداکثر در نقطه بحرانی زیرمجموعه سبد داخلی حداکثر ۱.۳ mm، و تنش بحرانی وارد شده بر آن در حدود ۷۰ MPa است؛ که به معنای استحکام مکانیکی قابل قبول مجموعه در مقابل

تنش‌ها و کرنش‌های ناشی از عملکرد دستگاه است. آنچه با توجه به نتایج تحلیل انجام شده می‌توان استنباط نمود، توصیه بر حفظ حرکت دورانی حداکثر (۳۶.۶۸ rad/s) و عدم تغییر قابل توجه نرخ تغذیه ذرات نسبت به مقدار مشخص شده (۰.۵۶ kg/s) می‌باشد. موارد زیر نیز با توجه به نتایج تحقیق انجام شده استنباط می‌شود:

- با توجه به تحلیل مودال انجام شده، سرعت دورانی فعلی دستگاه، منجر به ارتعاشات مخرب یا تشدید نخواهد شد.
- با توجه به تحلیل مودال انجام شده، فرکانس طبیعی مجموعه مورد نظر و سبد داخلی در موده‌های مختلف مشکل ارتعاشی ایجاد نمی‌کند.
- طبق تحلیل رفتار دینامیک حالت گذرای انجام شده روی زیرمجموعه سبد داخلی، اهمیت توزیع تنش در صفحه کف در

- Microbiological Technology and Engineering, 1959. 1(2): p. 185-205.
- [6] Pang, C., et al., Simulating multiphase flow in a two-stage pusher centrifuge using computational fluid dynamics. *Frontiers of Chemical Science and Engineering*, 2012. 6(3): p. 329-338.
- [7] Bürger, R. and F. Concha, Settling velocities of particulate systems: 12. *International Journal of Mineral Processing - INT J MINER PROCESS*, 2001. 63: p. 115-145.
- [8] Yan, F. and B. Farouk, Numerical Simulations of Flows Inside a Partially Filled Centrifuge. *Journal of Fluids Engineering*, 2003. 125: p. 1033.
- [9] Anlauf, H., Recent developments in centrifuge technology. *Separation and Purification Technology*, 2007. 58(2): p. 242-246.
- [10] Wang, Y., et al., CFD simulations of membrane filtration zone in a submerged hollow fibre membrane bioreactor using a porous media approach. *Journal of Membrane Science*, 2010. 363(1): p. 57-66.
- [11] Ferry, J. and S. Balachandar, A fast Eulerian method for disperse two-phase flow. *International Journal of Multiphase Flow*, 2001. 27: p. 1199-1226.
- [12] Wakeman, R.J., Modelling slurry dewatering and cake growth in filtering centrifuges. *Filtration & Separation*, 1994. 31(1): p. 75-81.
- [13] Kutz, M., *Handbook of Materials Selection*. 2002: Wiley.
- [14] Chapter 11 - Centrifugal Separations, in *Coulson and Richardson's Chemical Engineering (Sixth Edition)*, R. Chhabra and M.G. Basavaraj, Editors. 2019, Butterworth-Heinemann. p. 627-656.
- [15] Pusher centrifuge technology evolves. *Filtration + Separation*, 2021. 58(2): p. 18-20.
- [16] Brouwers, J.J.H., Innovative Methods of Centrifugal Separation. *Separations*, 2023. 10(3): p. 181.
- [17] Anlauf, H. and J.A. Sorrentino, The Influence of Particle Collective Characteristics on Cake Filtration Results. *Chemical Engineering & Technology*, 2004. 27(10): p. 1080-1084.
- مرکز مهم‌ترین و در حلقه میانی کم‌اهمیت‌ترین شناسایی شده است.
- بازه جابجایی‌های مشاهده‌شده در تحلیل دینامیک حالت گذرا نشان می‌دهد که جابجایی‌های اطراف مجموعه در بازه مقادیر کوچکی قرار می‌گیرد و مشکل‌ساز نخواهد بود.
  - گرچه محدوده مقادیر تنشی و جابجایی حاصل در حدی نیست که از لحاظ مکانیکی مشکل خاصی برای اعضا ایجاد شود، لیکن افزایش نرخ تغذیه جهت افزایش بازده دستگاه، با توجه به نیروهای اینرسی خطی و دورانی ایجاد شده، می‌تواند منجر به تغییر فرکانس ارتعاش کاری دستگاه گردد. بنابراین احتمال بروز تشدید با توجه به تفاضل‌های به‌دست‌آمده با مجموعه و زیرمجموعه بالا می‌رود. لذا پیشنهاد می‌شود که مقدار نرخ تغذیه ذرات با احتیاط و حتی‌الامکان پس از آزمون تجربی افزایش یابد.
  - با توجه به بازه استحکام مکانیکی موردنیاز به‌دست‌آمده، به‌کارگیری جنس‌های سبک‌تر و حتی کم‌استحکام‌تر از جنس فعلی می‌تواند انتخاب مناسبی جهت بهینه‌سازی طراحی و عملکرد دستگاه باشد؛ به‌این‌ترتیب نه‌تنها فرآیند ساخت و مونتاژ دستگاه تسهیل خواهد شد، بلکه نیروهای اینرسی ناشی از جرم اعضا و تمایل به گریز از مرکز و وارد آمدن صدمه به یاتاقان‌ها در آن کاهش خواهد یافت.
- ### ۵- منابع
- [1] Ergun, S. and A.A. Orning, Fluid Flow through Randomly Packed Columns and Fluidized Beds. *Industrial & Engineering Chemistry*, 1949. 41(6): p. 1179-1184.
- [2] Leung, W.W.F., *Industrial Centrifugation Technology*. 1998: McGraw-Hill Education.
- [3] Romani Fernández, X. and H. Nirschl, Multiphase CFD Simulation of a Solid Bowl Centrifuge. *Chemical Engineering & Technology*, 2009. 32: p. 719-725.
- [4] Stahl, S., L.-E. Spelter, and H. Nirschl, Investigations on the Separation Efficiency of Tubular Bowl Centrifuges. *Chemical Engineering & Technology*, 2008. 31(11): p. 1577-1583.
- [5] Ambler, C.M., The theory of scaling up laboratory data for the sedimentation type centrifuge. *Journal of Biochemical and*

- 
- Extractor. Industrial & Engineering Chemistry Research - IND ENG CHEM RES, 2007. 47.
- [20] Leung, W.W.F. and A.H. Shapiro, Improved design of conical accelerators for decanter and pusher centrifuges. Filtration & Separation, 1996. 33(8): p. 735-738.
- [21] Records, A. and K. Sutherland, Decanter Centrifuge Handbook. 2001: Elsevier Science.
- [18] Bentz, M., O. Hartmetz, and W. Stahl, Particle Destruction Effects in Pusher Centrifuges during Solids-Liquid Separation. Chemical Engineering & Technology, 2004. 27(10): p. 1075-1080.
- [19] Deshmukh, S. and J. Joshi, Flow Visualization and Three-Dimensional CFD Simulation of the Annular Region of an Annular Centrifugal