



Modeling and Comparison of Mechanical Properties of Porous Minimal Structures of Schwarz P, Diamond and Gyroid

Porya Torabi¹ , Ali Hasanabadi*²

1. M.Sc. Student, Department of Mechanical Engineering, Birjand University, Birjand, Iran

2. Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Birjand University, Birjand, Iran

Abstract

This study focuses on modeling, 3D printing, and evaluating the mechanical properties of porous structures based on minimal surfaces: Schwarz P, diamond, and gyroid. Due to their exceptional geometric and mechanical properties, these structures have high potential in industrial and medical applications. In this study, the desired surfaces were modeled using mathematical equations in MATLAB, and the resulting STL file was transferred to CAD software to complete the modeling process. This procedure can be easily implemented using basic and commonly available software. The created structures were then fabricated using the FDM 3D printing method, and their mechanical properties were evaluated through quasi-static compression testing in accordance with ASTM D695 standards. The results indicated that the Schwarz P structure exhibited greater resistance to compressive loading compared to the gyroid and diamond structures in such a way that the force tolerated by this structure at some strains was about 75 percent and the total energy absorbed at the end of the compression test was about 40 percent higher than the other two structures. The innovation of this research lies in introducing a simple and practical method for accurately modeling complex minimal surfaces and evaluating the mechanical properties of porous structures using widely accessible tools. This method can significantly contribute to improving design and manufacturing processes in various industries.

Keywords

Porous structures
3D printing
Minimal surface
Schwarz primitive
Schwarz diamond
Schwarz gyroid

Received: 25.03.2025

Revised: 06.05.2025

Accepted: 18.05.2025

*Corresponding Author

Ali Hasanabadi

Email

hasanabadi@birjand.ac.ir

1- Introduction

Porous structures have found wide application due to their low weight and special mechanical properties. These structures, which are observed for example in plant tissues and bones [1], have inspired the design of porous synthetic materials. These materials are used in adsorption, catalysis and improvement of energy and environmental systems [2]. Their study helps to develop new design and sustainable technologies.

Minimal surfaces are considered an ideal choice for designing porous structures due to their zero

principal curvature summation [3]. Varieties such as Schwarz primitive (P), diamond (D), and gyroid (G) with controllable topology and unique engineering properties have attracted the attention of researchers [4]. The ability of these surfaces to mimic the properties of natural tissues such as bone [5] plays an important role in the development of new materials and advanced applications. Modeling minimal surfaces in design software requires precise mathematical formulation [6]. The advancement of additive manufacturing technology, especially 3D printing, has facilitated the production of these

How to Cite this Article:

[1] P. Torabi and A. Hasanabadi, "Modeling and comparison of mechanical properties of porous minimal structures of Schwarz P, Diamond and Gyroid," *Journal of Science and Technology in Mechanical Engineering*, vol. 4, no. 1, pp. 47–66, 2025, <https://www.doi.org/10.22034/stme.2025.513905.1114>. (in Persian)



complex surfaces [7]. In this study, surfaces such as Schwarz P, D, and G are modeled in MATLAB and converted to STL format, then transferred to CAD software. Finally, the printed samples are analyzed to investigate their structural properties.

Minimal surface modeling involves two main steps: creating geometry in CAD software and simulating the behavior of the structure with numerical methods such as finite element. This process requires detailed analyses to predict the mechanical behavior under different loads to ensure the optimal performance of the structure. Ahoor et al. [8] designed a 3D M-Voronoi geometry that has convex holes and non-uniform thicknesses and has high stiffness. Comparisons showed that the gyroid structure provides simplicity and ease of fabrication. Hsieh and Valdevit [9] developed a model for designing minimal surfaces and generating CAD and STL files that allows the accurate design of 19 types of minimal surfaces.

Hasanabadi [10] used polygonal patch to design two-phase Schwarz P cells and showed that this method is suitable for tuning thermal and electrical properties. Tran et al. [11] presented new frameworks for modeling gradient structures with graphene, which have high mechanical performance and are useful for optimizing elastic and shear moduli. Afshar et al. [12] showed that the radial gradient has a strong impact on the deformation mechanisms of TPMS structures, highlighting the importance of its distribution in the design of complex structures. Hasanabadi [13] designed multi-scale porous microstructures and showed that these structures are suitable for medical and industrial applications. Ehsaninezhad et al. [14] developed an algorithm to identify continuous regions in 2D images and generate 3D structures and showed that their method has high accuracy.

The main objective of this research is to provide a comprehensive method for accurate and efficient modeling of minimal P, gyroid, and diamond surfaces. The innovation of this research is in using simple and accessible algorithms to convert mathematical functions into 3D models. Also, this research evaluates the mechanical properties of

these structures through quasi-static tests to investigate the plastic behavior of these structures under loading conditions. The results of this research can help improve design and manufacturing processes, especially in innovative industries.

2- Research Methods

The gyroid structure, for example, has low thermal conductivity due to its pores and voids and is able to distribute heat evenly. This property makes it suitable for use in thermal insulation or cooling systems. In applications that require thermal management, such as the design of insulating or self-cooling materials, this surface has a desirable performance. The gyroid surface is defined as equation (1) [15]:

$$\sin(x) \sin(y) + \sin(y) \cos(z) + \sin(z) \cos(x) = 0 \quad (1)$$

The first stage of modeling is to use equations (1) and obtain the coordinates of the points of the surface, which can be implemented using software such as MATLAB. In the next stage, the STL file generated based on the points created in the previous stage, is imported into CAD software such as SolidWorks, as can be seen in Figure 1, left.

Using the Spline command, closed curves were designed around the boundaries of the gyroid surface, as can be seen in Figure 1, middle. After the curves were created, at this stage, all the empty spaces between the curves were carefully filled to create a continuous, smooth surface that matched the previously meshed model (Figure 1, right). By repeating and mirroring the created patch in three directions the triply periodic minimal surface is obtained as depicted in Figure 2.

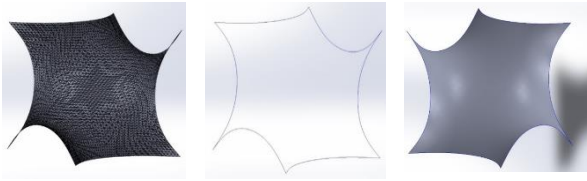


Figure 1: Figure 1: left) Solid STL file imported from MATLAB into SolidWorks software, middle) Extraction of boundary curves, right) Patch obtained by the Filled Surface command in SolidWorks.

To prepare the minimal surface and transform it into a solid structure for final fabrication, the advanced tools of the surfacing environment in CATIA software were used. Due to its high flexibility and diverse tools, this environment is an ideal choice for more precise processing of complex surfaces and creating 3D models with desirable properties. The result of this operation is a unified and solid model, shown in Figure 3, ready for fabrication using additive manufacturing methods.

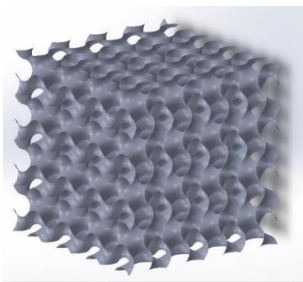


Figure 2: Gyroid Triply periodic minimal surface

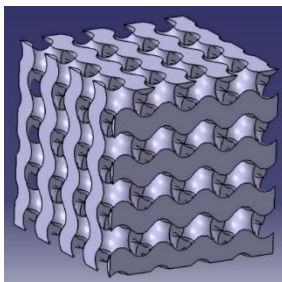


Figure 3: Solid model of minimal structure gyroid

The structures shown in Figure 3 were printed using FDM with a natural-colored PLA+ filament as depicted in Figure 4. This material was chosen as a suitable option for minimally porous structures due to its favorable mechanical properties, including high tensile strength (2.50 MPa) and acceptable elastic modulus (2900 MPa). Also, the high melting temperature of this filament (in the range of 185–210 °C) allows for use at higher temperatures and

helps optimize mechanical performance. The filament diameter is 1.75 ± 0.05 mm [16].



Figure 4: Printed structures; Schwarz G, P and D from left to right respectively

3- Results

Quasi-static compression testing was performed with a ZWICK Z250 machine according to ASTM D695. The test speed was set to 1.5 mm/min to allow for gradual deformation of the samples and accurate analysis of their plastic behavior. Three samples were tested under laboratory conditions and were compressed to a strain of 60% or a displacement of 30 mm. Each test lasted about 20 minutes and force-displacement diagrams were extracted for all three samples as shown in Figure 5.

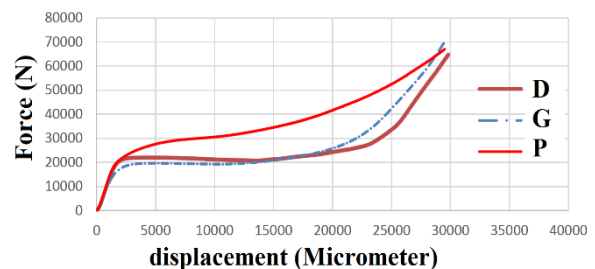


Figure 5: Force-displacement diagram of Schwarz D, G and P

The energy-displacement diagram shows the amount of energy absorbed in each structure from the origin to the corresponding displacement, which is obtained by calculating the area under the force-displacement diagram from the origin to the corresponding displacement, as shown in Figure 6. Materials with higher energy absorption usually perform better against impact and less damage is transmitted to adjacent structures.

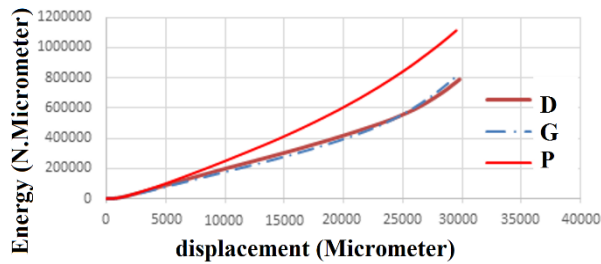


Figure 6: Force-displacement diagram of Schwarz D, G and P

4- Conclusion

In this study, the modeling and 3D printing of Schwarz P, diamond, and gyroid minimally porous solid structures, as well as their quasi-static pressure testing, were investigated. The results show that Schwarz P structures have different loading performance depending on their geometry and mechanical properties. Schwarz P showed the highest strength and energy absorption among the structures and is more suitable for applications requiring heavy force tolerance and resistance to permanent deformation. The diamond structure initially performed better than the gyroid in the force-displacement diagram, but at the end of the course, the conditions of the gyroid structure improved. In terms of energy absorption, the two structures also presented almost similar conditions. These findings can help optimize the design of industrial and medical components.

5- References

- [1] W. Chen, L. Gan, and J. Huang, "Design, manufacturing and functions of pore-structured materials: from biomimetics to artificial," *Biomimetics*, vol. 8, no. 2, p. 140, 2023, doi: [10.3390/biomimetics8020140](https://doi.org/10.3390/biomimetics8020140).
- [2] Z. Chen et al., "Understanding porous materials with pair distribution functions," *Cell Rep. Phys. Sci.*, vol. 4, no. 12, p. 101681, 2023, doi: [10.1016/j.xcrp.2023.101681](https://doi.org/10.1016/j.xcrp.2023.101681).
- [3] K. Yeranee and Y. Rao, "A review of recent investigations on flow and heat transfer enhancement in cooling channels embedded with triply periodic minimal surfaces (TPMS)," *Energies*, vol. 15, no. 23, p. 8994, 2022, doi: [10.3390/en15238994](https://doi.org/10.3390/en15238994).
- [4] S. Zou et al., "Mechanical and biological properties of enhanced porous scaffolds based on triply periodic minimal surfaces," *Mater. Des.*, vol. 219, p. 110803, 2022, doi: [10.1016/j.matdes.2022.110803](https://doi.org/10.1016/j.matdes.2022.110803).
- [5] M. Zhang et al., "Study on the anisotropy of triply periodic minimal surface porous structures," *Coatings*, vol. 13, no. 7, p. 1206, 2023, doi: [10.3390/coatings13071206](https://doi.org/10.3390/coatings13071206).
- [6] C. Yan et al., "Design of TPMS structures," in *Tripily Periodic Minimal Surface Lattices Additive Manufacturing by Selective Laser Melting*. Elsevier, 2021, pp. 27–38, doi: [10.1016/B978-0-12-824438-8.00002-9](https://doi.org/10.1016/B978-0-12-824438-8.00002-9).
- [7] I. Gibson, D. Rosen, and B. Stucker, "Direct digital manufacturing," in *Additive Manufacturing Technologies: 3D Printing, Rapid Prototyping, and Direct Digital Manufacturing*, 2nd ed. Springer, 2015, pp. 375–397, doi: [10.1007/978-1-4939-2113-3_16](https://doi.org/10.1007/978-1-4939-2113-3_16).
- [8] Z. Hooshmand-Ahoor, H. Luo, and K. Danas, "M-Voronoi and other random open and closed-cell elasto-plastic cellular materials: Geometry generation and numerical study at small and large strains," *Int. J. Solids Struct.*, vol. 290, p. 112680, 2024, doi: [10.1016/j.ijsolstr.2024.112680](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2024.112680).
- [9] M.-T. Hsieh and L. Valdevit, "Minisurf – A minimal surface generator for finite element modeling and additive manufacturing," *Software Impacts*, vol. 6, p. 100026, 2020, doi: [10.1016/j.simpa.2020.100026](https://doi.org/10.1016/j.simpa.2020.100026).
- [10] A. Hasanabadi, "Microstructure design of heterogeneous material using multisided patch," *Iran. J. Manuf. Eng.*, vol. 8, no. 2, pp. 32–40, 2021. [Online]. Available: https://www.iranjme.ir/article_131941.html (in Persian).
- [11] K. Q. Tran, T.-D. Hoang, J. Lee, and H. Nguyen-Xuan, "Three novel computational modeling frameworks of 3D-printed graphene platelets reinforced functionally graded triply periodic minimal surface (GPLR-FG-TPMS) plates," *Appl. Math. Model.*, vol. 126, pp. 667–697, 2024, doi: [10.1016/j.apm.2023.10.043](https://doi.org/10.1016/j.apm.2023.10.043).

-
- [12] M. Afshar, A. P. Anaraki, and H. Montazerian, "Compressive characteristics of radially graded porosity scaffolds architected with minimal surfaces," *Mater. Sci. Eng. C*, vol. 92, pp. 254–267, 2018, doi: [10.1016/j.msec.2018.06.051](https://doi.org/10.1016/j.msec.2018.06.051).
- [13] A. Hasanabadi, "Construction of porous multiscale heterogeneous microstructures using statistical correlation functions and minimal surfaces," *J. Solid Mech.*, vol. 14, no. 4, 2022, doi: [10.22034/jsm.2021.1921437.1674](https://doi.org/10.22034/jsm.2021.1921437.1674).
- [14] A. Ehsani Nezhad, A. Hasanabadi, and M. Sheikhi Azqandi, "3D printing of voxel-based structures by direct creation of STL file format," *Iran. J. Manuf. Eng.*, vol. 11, no. 6, pp. 29–41, 2024, doi: [10.22034/IJME.2024.457932.1960](https://doi.org/10.22034/IJME.2024.457932.1960) (in Persian).
- [15] A. H. Schoen, *Infinite Periodic Minimal Surfaces Without Self-Intersections*. Washington, DC, USA: NASA, 1970. [Online]. Available: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19700020472>.
- [16] S. Farah, D. G. Anderson, and R. Langer, "Physical and mechanical properties of PLA, and their functions in widespread applications—A comprehensive review," *Adv. Drug Deliv. Rev.*, vol. 107, pp. 367–392, 2016, doi: [10.1016/j.addr.2016.06.012](https://doi.org/10.1016/j.addr.2016.06.012).



مدل سازی و مقایسه خواص مکانیکی ساختارهای متخلخل مینیمال شوارز پی، الماسی و ژیروید

پوریا ترابی^۱ ID، علی حسن آبادی^{۲*} ID

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

۲- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

چکیده

این پژوهش به مدل سازی، چاپ سه بعدی و ارزیابی خواص مکانیکی ساختارهای متخلخل مبتنی بر سطوح مینیمال شوارز پی، الماسی و ژیروید پرداخته است که به دلیل ویژگی های هندسی و مکانیکی استثنایی خود، در کاربردهای صنعتی و پزشکی پتانسیل به کارگیری بالایی دارند. در این مطالعه، سطوح مورد نظر با استفاده از معادلات ریاضی در نرم افزار MATLAB مدل سازی شده و فایل STL تولیدی به نرم افزارهای CAD منتقل گردید تا مراحل مدل سازی تکمیل شود. این فرایند با استفاده از نرم افزارهای پایه و رایج به راحتی قابل پیاده سازی است. سپس ساختارهای ایجاد شده با روش پرینت سه بعدی رسوب ذوب شده (FDM) تولید شده و خواص مکانیکی آن ها از طریق آزمون فشار شبه استاتیک مطابق با استاندارد ASTM D695 ارزیابی شد. نتایج نشان داد که ساختار شوارز پی نسبت به ساختارهای ژیروید و الماسی مقاومت بیشتری در برابر بارگذاری فشاری از خود نشان می دهد به نحوی که نیروی تحمل شده توسط این ساختار در بعضی کرنش ها حدود ۷۵ درصد و انرژی کلی جذب شده در انتهای آزمون فشار، حدود ۴۰ درصد بیشتر از دو ساختار دیگر بوده است. نوآوری این تحقیق در معرفی روشی ساده و کاربردی برای مدل سازی دقیق سطوح پیچیده مینیمال و ارزیابی خواص مکانیکی ساختارهای متخلخل با استفاده از ابزارهای رایج است که می تواند به بهبود فرآیندهای طراحی و تولید در صنایع مختلف کمک کند.

کلمات کلیدی

ساختارهای متخلخل راهنمای تهیه مقاله
پرینت سه بعدی
شوارز پی
شوارز الماسی
شوارز ژیروید

دریافت مقاله: ۱۴۰۴/۰۱/۰۵

بازنگری مقاله: ۱۴۰۴/۰۲/۱۶

پذیرش مقاله: ۱۴۰۴/۰۲/۲۸

*نویسنده مسئول

علی حسن آبادی

ایمیل

hasanabadi@birjand.ac.ir

۱- مقدمه

مانند استخوان [۵]، نقش مهمی در توسعه مواد نوین و کاربردهای پیشرفته دارد. مدل سازی سطوح مینیمال در نرم افزارهای طراحی نیازمند فرمول بندی دقیق ریاضی است [۶]. پیشرفت فناوری ساخت افزایشی، به ویژه پرینت سه بعدی، تولید این سطوح پیچیده را تسهیل کرده است [۷]. در این پژوهش، سطوحی مانند شوارز پی، الماسی و ژیروید در MATLAB مدل سازی و به فرمت STL تبدیل شده، سپس به نرم افزارهای CAD منتقل می شوند. در نهایت، نمونه های پرینت شده تحلیل شده تا ویژگی های ساختاری آن ها بررسی شود.

کویی و همکاران [۸] با شبیه سازی و آزمایش های تجربی نشان دادند که ساختارهای شبکه ای مبتنی بر سطوح مینیمال شوارز پی پتانسیل بالایی برای کاربردهای صنعتی دارند. همچنین، حسین و

ساختارهای متخلخل به دلیل وزن کم و ویژگی های مکانیکی خاص، کاربرد گسترده ای یافته اند. این ساختارها که در بافت های گیاهی و استخوان ها مشاهده می شوند [۱]، الهام بخش طراحی مواد مصنوعی متخلخل هستند. از این مواد در جذب، کاتالیز و بهبود سیستم های انرژی و محیط زیست استفاده می شود [۲]. بررسی آن ها به توسعه طراحی نوین و فناوری های پایدار کمک می کند.

سطوح مینیمال به دلیل مجموع انحنای اصلی صفر، گزینه ای ایده آل برای طراحی ساختارهای متخلخل محسوب می شوند [۳]. انواعی مانند شوارز پی، الماسی، ژیروید و I-WP با توپولوژی قابل کنترل و خواص مهندسی منحصر به فرد، توجه پژوهشگران را به خود جلب کرده اند [۴]. توانایی این سطوح در تقلید ویژگی های بافت های طبیعی

How to Cite this Article:

[1] P. Torabi and A. Hasanabadi, "Modeling and comparison of mechanical properties of porous minimal structures of Schwarz P, Diamond and Gyroid," *Journal of Science and Technology in Mechanical Engineering*, vol. 4, no. 1, pp. 47-66, 2025, <https://www.doi.org/10.22034/stme.2025.513905.1114>. (in Persian)



همکاران [۱۹] کیفیت جذب انرژی ساختارهای متخلخل شوارز P را بررسی کردند. در این پژوهش، سه نمونه مکعبی با درصد‌های مختلف تخلخل از پلی‌لاکتیک اسید و رزین حساس به نور ماوراءبنفش با روش‌های پرینت سه‌بعدی FDM و MSLA ساخته و تحت آزمایش فشار قرار گرفتند. نتایج نشان داد که نمونه‌های پلی‌لاکتیک اسید به دلیل جذب انرژی تدریجی، رفتار مکانیکی پایدارتری دارند، درحالی‌که نمونه‌های رزینی به دلیل شکنندگی، رفتار ناگهانی و تردی نشان می‌دهند. این یافته‌ها بر تأثیر مواد اولیه بر عملکرد مکانیکی ساختارهای متخلخل تأکید دارند.

مدل‌سازی سطوح مینیمال شامل دو مرحله اصلی است: ایجاد هندسه در نرم‌افزارهای CAD و شبیه‌سازی رفتار سازه با روش‌های عددی مانند المان محدود. این فرآیند مستلزم تحلیل‌های دقیق برای پیش‌بینی رفتار مکانیکی تحت بارهای مختلف است تا از عملکرد مطلوب ساختار اطمینان حاصل شود. آهور و همکاران [۲۰] هندسه سه‌بعدی M-Voronoi را طراحی کردند که دارای حفره‌های محذب و ضخامت‌های غیریکنواخت است و سفتی بالایی دارد. مقایسه‌ها نشان داد که ساختار ژبروید سادگی و تسهیل در ساخت را فراهم می‌آورد. والدویت و تین هیش [۲۱] مدلی برای طراحی سطوح مینیمال و تولید فایل‌های CAD و STL توسعه دادند که امکان طراحی دقیق ۱۹ نوع سطح مینیمال را می‌دهد. گونجی و کوهان [۲۲] نشان دادند که ساختار لیدینوئید بهترین عملکرد را در کاهش افت فشار و مقاومت جریان هوا دارد.

عزیزی و همکاران [۲۳] افزونه MD-TPMS برای MATLAB را توسعه دادند که تولید ساختارهای گرادیانی سه‌بعدی و فایل‌های STL مناسب برای ساخت افزودنی را فراهم می‌آورد. حسن‌آبادی [۲۴] از پنبه‌های چندضلعی برای طراحی سلول‌های دو فازی شوارز پی استفاده کرد و نشان داد که این روش برای تنظیم خواص حرارتی و الکتریکی مناسب است. کیم و همکاران [۲۵] چارچوب‌های جدیدی برای مدل‌سازی ساختارهای گرادیانی با گرافن ارائه کردند که عملکرد مکانیکی بالایی دارند و برای بهینه‌سازی مدول‌های الاستیک و برشی مفید هستند. افشار و همکاران [۲۶] نشان دادند که گرادیان شعاعی تأثیر زیادی بر مکانیسم‌های تغییر شکل ساختارهای TPMS دارد و اهمیت توزیع آن در طراحی ساختارهای پیچیده را نشان می‌دهد. حسن‌آبادی [۲۷] ریزساختارهای متخلخل چند مقیاسی را طراحی کرده و نشان داد که این ساختارها برای کاربردهای پزشکی و صنعتی مناسب هستند. احسانی‌نژاد و همکاران [۲۸] الگوریتمی برای شناسایی

همکاران [۹] ساختارهای متخلخل ترکیبی با طراحی شعاعی و گرادیانی، شامل سلول‌های مکعبی مرکزدار و سطوحی مانند الماسی و ژبروید را بررسی کردند. یافته‌های آن‌ها نشان داد که ساختارهای گرادیانی از نظر مدول فشاری و ظرفیت جذب انرژی عملکرد بهتری داشته و گزینه‌های بهتری برای کاربردهای مهندسی محسوب می‌شوند. گید و باقری [۱۰] رفتار مکانیکی ساختارهای مینیمال از جنس پلیمر PEEK را با روش تولید افزایشی و شبیه‌سازی‌های مختلف بررسی کردند و بر اهمیت مدل‌های متنوع مواد در تحلیل دقیق این ساختارها تأکید داشتند. یاندیوریو و همکاران [۱۱] نیز نشان دادند که ساختارهای مینیمال فلزی از آلیاژ آلومینیوم AA6082، تولید شده با پرینت سه‌بعدی، نسبت استحکام به وزن بالایی دارند که آن‌ها را برای صنایع هوافضا و پزشکی مناسب می‌سازد.

روشن و همکاران [۱۲] تأثیر چگالی نسبی و گرادیان اندازه سلول را بر رفتار مکانیکی ساختارهای مینیمال بررسی کرده و برتری مکانیکی آن‌ها را نسبت به دیگر شبکه‌ها نشان دادند. انصاری و همکاران [۱۳] نیز تطابق رفتار جذب انرژی این ساختارها با مدل‌های گیبسون-اشبی را مورد بررسی قرار دادند. ابراهیمی و همکاران [۱۴] با استفاده از یادگیری ماشین، طراحی بیومکانیکی ساختارهای سازگار با بافت استخوانی را بهبود داده و پیش‌بینی دقیقی از سفتی و استحکام ارائه کردند. دهقان‌ی و همکاران [۱۵] نیز دریافتند که ساختارهای مبتنی بر سلول شوارز پی برای تثبیت‌کننده‌های ارتوپدی از نظر استحکام و قابلیت ساخت عملکرد بهتری دارند.

وانگ و همکاران [۱۶] با بهره‌گیری از روش المان محدود و شبکه‌های عصبی، تحلیل ساختارهای مینیمال در استخوان ران را انجام داده و نشان دادند که این روش‌ها دقت تحلیل را افزایش داده و هزینه‌های محاسباتی را کاهش می‌دهند. چو و همکاران [۱۷] دریافتند که ساختارهای متخلخل مبتنی بر سطوح مینیمال، به دلیل شباهت به استخوان تراپکولار، در مقاومت فشاری و نفوذپذیری برتر بوده و رشد بافت استخوانی را تسهیل می‌کنند. همچنین، ساختارهای ورونوی با مدول الاستیک کمتر، پشتیبانی مکانیکی مناسبی ارائه داده و هر دو نوع ساختار برای طراحی دارست‌های استخوانی پتانسیل بالایی دارند. هوانگ و همکاران [۱۸] عملکرد حرارتی و هیدرولیکی ساختارهای مینیمال را در موتورهای سیکل ترکیبی هواپیما بررسی کرده و نشان دادند که این ساختارها به دلیل نسبت توان به وزن بالا، موجب بهبود کارایی و کاهش وزن موتور می‌شوند. این یافته‌ها پتانسیل بالای این ساختارها را در توسعه فناوری‌های هوافضا تأیید می‌کند. میرافضلی و

طراحی‌های خاص آسان است. تابع کسینوسی، با تقارن کامل در سه محور، یک شبکه متقارن سه‌بعدی یکنواخت ایجاد می‌کند که شرایط مینیمال بودن سطح را به‌خوبی برآورده می‌سازد. ویژگی‌های تکرارشوندگی و پیوستگی این تابع، برای مدل‌سازی سطوحی مانند شوارز پی که نیاز به پایداری و یکنواختی دارند، ایده‌آل است [۲۹].

همچنین رویه شوارز پی به دلیل ساختار متقارن و شبکه‌ای خود، استحکام بالایی در برابر فشارها دارد و درعین حال وزن کمی دارد. این ویژگی باعث می‌شود که برای کاربردهایی مانند طراحی قطعات سبک در هوافضا و خودروسازی که نیاز به استحکام و کاهش وزن دارند، ایده‌آل باشد. ساختار این سطح به‌طور مؤثر نیروهای اعمالی را توزیع کرده و نسبت استحکام به وزن بالا را فراهم می‌آورد. معادله ضمنی سطح شوارز پی به‌صورت رابطه (۱) تعریف می‌شود [۲۹]:

$$\cos(x) + \cos(y) + \cos(z) = 0 \quad (1)$$

سطح ژبروید برخلاف شوارز پی فاقد تقارن آینه‌ای است که این ویژگی باعث افزایش پیچیدگی هندسی می‌شود. این سطح با ساختار پیوسته و بدون تداخل به‌طور طبیعی با ویژگی‌های سطح مینیمال سازگار است. توزیع یکنواخت توابع سینوسی و کسینوسی در سه جهت، انحنای میانگین سطح را صفر نگه می‌دارد، اما پیچیدگی ساختاری بیشتری دارد که تحلیل ریاضی و عددی آن را چالش‌برانگیزتر می‌کند و نیازمند الگوریتم‌های پیشرفته‌تر است. ترکیب توابع سینوسی و کسینوسی به سطح ژبروید اجازه می‌دهد ساختاری پیچیده و بدون تقارن آینه‌ای ایجاد کند که این ویژگی به پیوستگی سطح و جلوگیری از تقاطع‌های داخلی کمک می‌کند. این سطح برای مدل‌سازی ساختارهای پیچیده و با دقت بالا بسیار مناسب است.

دلیل انتخاب ترکیب توابع سینوسی و کسینوسی در این سطح ایجاد پیچیدگی هندسی بیشتر و درعین حال حفظ شرایط مینیمال با انحنای میانگین صفر است. این ترکیب موجب می‌شود که ساختار شبکه سه‌بعدی پیوسته و بدون تقاطع داخلی باقی بماند و توزیع یکنواخت این توابع باعث می‌شود تنش در سطح به‌طور یکنواخت توزیع شود که برای پایداری ساختاری در طراحی‌های پیچیده ضروری است [۳۰].

ساختار ژبروید به دلیل داشتن منافذ و فضای خالی، هدایت حرارتی کمی دارد و قادر است گرما را به‌طور یکنواخت توزیع کند. این ویژگی آن را برای استفاده در عایق‌های حرارتی یا سیستم‌های خنک‌کننده مناسب می‌سازد. در کاربردهایی که نیاز به مدیریت حرارت

نواحی پیوسته در تصاویر دوبعدی و ایجاد ساختارهای سه‌بعدی توسعه دادند و نشان دادند که روش آن‌ها دقت بالایی دارد.

مدل‌سازی ساختارهای پیچیده مانند سطوح مینیمال پی، ژبروید و الماسی در دهه‌های اخیر توجه زیادی را در زمینه‌های مهندسی مکانیک، معماری و طراحی محصولات نوآورانه به خود جلب کرده است. این ساختارها به دلیل ویژگی‌های خاص هندسی و مکانیکی، پتانسیل بالایی در کاربردهای مختلف دارند. یکی از چالش‌های اصلی در این زمینه، تبدیل توابع ریاضی این سطوح به مدل‌های سه‌بعدی قابل چاپ است. این پژوهش به‌دنبال ارائه روشی کارآمد و عملیاتی برای مدل‌سازی این سطوح با استفاده از نرم‌افزارهای پایه و رایج است تا امکان تولید مدل‌های دقیق و قابل‌اجرا برای طراحان و پژوهشگران فراهم شود. در حال حاضر، بسیاری از روش‌های موجود برای مدل‌سازی این ساختارها نیازمند استفاده از نرم‌افزارهای پیچیده و پرهزینه است. این تحقیق با معرفی یک الگوریتم ساده و کاربردی، امکان تولید مدل‌های سه‌بعدی دقیق را با استفاده از ابزارهای رایج مانند MATLAB فراهم می‌آورد. این روش می‌تواند به‌ویژه در زمینه‌های طراحی ساختارهای مهندسی، تولید مواد جدید و توسعه فرآیندهای ساخت مفید واقع شود. هدف اصلی این تحقیق، ارائه روشی جامع برای مدل‌سازی دقیق و کارآمد سطوح مینیمال پی، ژبروید و الماسی است. نوآوری این پژوهش در استفاده از الگوریتم‌های ساده و در دسترس برای تبدیل توابع ریاضی به مدل‌های سه‌بعدی است. همچنین، این تحقیق با ارزیابی ویژگی‌های مکانیکی این ساختارها از طریق آزمایش‌های شبه‌استاتیک به بررسی رفتار پلاستیک این ساختارها در شرایط بارگذاری می‌پردازد. این پژوهش در جهت کاهش پیچیدگی‌های مدل‌سازی و دسترسی آسان‌تر به مدل‌های سه‌بعدی سطوح پیچیده، سهم علمی چشمگیری دارد. نتایج این تحقیق می‌تواند به بهبود فرآیندهای طراحی و ساخت، به‌ویژه در صنایع نوآورانه، کمک کند.

۲- روش انجام پژوهش

۲-۱- توابع ریاضی رویه‌ها

سطح مینیمال شوارز پی با تقارن مکعبی دارای ویژگی یکنواختی در سه راستای x ، y و z محور مختصات می‌باشد و انحنای میانگین آن در تمام نقاط برابر با صفر است که این شرط کلیدی برای مینیمال بودن سطح می‌باشد. به دلیل ساختار ریاضی ساده که از توابع کسینوسی تشکیل شده، تغییر پارامترهای این ساختارها برای

فراوان دارد. معادله ضمنی سطح شوارز الماسی به صورت رابطه (۳) است [۲۹]:

$$\cos(x) \cos(y) \cos(z) - \sin(x) \sin(y) \sin(z) = 0 \quad (3)$$

۲-۲- مدل سازی نرم افزاری

در مقایسه با تحقیقات پیشین، روش ارائه شده در این پژوهش دارای مزیت‌های قابل توجهی است که آن را به ابزاری مؤثر در توسعه مدل سازی ساختارهای مینیمال تبدیل می‌کند. احسانی نژاد و همکاران [۲۸] بر شناسایی نواحی پیوسته و ایجاد فایل‌های STL از تصاویر دوبعدی متمرکز بوده‌اند، اما روش پیشنهادی آن‌ها به دلیل استفاده از الگوریتم‌های پیچیده و تمرکز صرف بر ساختارهای متخلخل، محدودیت‌هایی از نظر تعمیم‌پذیری به سطوح مینیمال خاص نظیر پی، ژیروید و الماسی دارد. همچنین، عزیزی و همکاران [۳۱] افزونه‌ای تخصصی در MATLAB برای تولید ساختارهای مینیمال ارائه کرده‌اند، اما روش پیشنهادی در این تحقیق با استفاده از الگوریتم‌های ساده و نرم‌افزارهای کدنویسی نظیر MATLAB، امکان تبدیل توابع ریاضی سطوح مینیمال به مدل‌های سه‌بعدی دقیق و قابل اجرا را فراهم می‌آورد. علاوه بر آن، این پژوهش با ارزیابی ویژگی‌های مکانیکی این ساختارها از طریق آزمایش‌های شبه‌استاتیک، گامی فراتر از مطالعات قبلی برداشته و رفتار پلاستیک این ساختارها در شرایط بارگذاری را نیز بررسی می‌کند. این نوآوری‌ها، در کنار کاهش پیچیدگی‌های مدل سازی و قابلیت اجرا بر روی ابزارهای رایج، روش ارائه شده را به راهکاری جامع‌تر و عملیاتی‌تر تبدیل کرده است که می‌تواند در طراحی و ساخت سطوح پیچیده در کاربردهای جدید مورد استفاده قرار گیرد. در الگوریتم ارائه شده در شکل ۱، گام به گام مراحل از مدل سازی تا ساخت ساختار مشخص شده است.

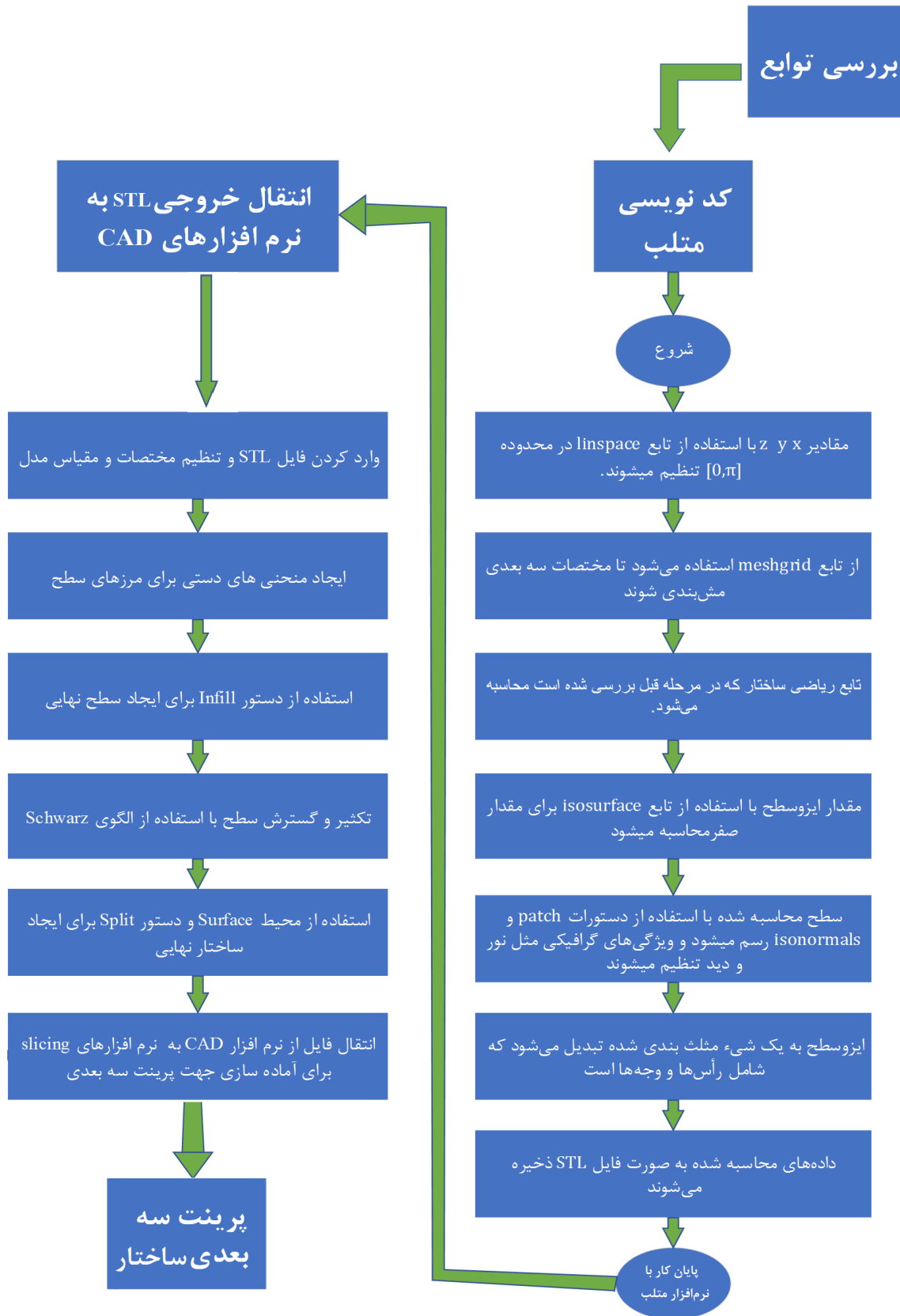
است، مانند طراحی مواد عایق یا خود خنک‌کننده، این سطح عملکرد مطلوبی دارد. سطح ژیروید نیز از سطوح مینیمال شناخته شده است و معادله آن به صورت رابطه (۲) تعریف می‌شود [۳۰]:

$$\sin(x) \sin(y) + \sin(y) \cos(z) + \sin(z) \cos(x) = 0 \quad (2)$$

این سطح با داشتن تقارن چندگانه و ساختار بلوری متمایز، از دیگر سطوح مینیمال متفاوت است. ترکیب توابع سینوسی و کسینوسی در سه جهت، باعث شکل‌گیری یک شبکه متعادل و پایدار می‌شود. انحنای میانگین این سطح مانند سایر سطوح مینیمال صفر است، اما به دلیل وابستگی غیرخطی بین سینوس و کسینوس، تحلیل ریاضی این سطح پیچیده‌تر از شوارز پی و ژیروید است. ترکیب این توابع موجب ایجاد یک ساختار تکرارشونده منظم می‌شود که شباهت زیادی به ساختارهای کریستالی دارد و به دلیل تقارن‌های پیچیده، سطح مینیمال پیچیده‌ای را توصیف می‌کند. استفاده هم‌زمان از سینوس و کسینوس در هر سه جهت، سطحی متعادل و پایدار با پیچیدگی هندسی بیشتری نسبت به شوارز پی و ژیروید ایجاد می‌کند.

این تابع به دلیل ساختار غیرخطی و پیچیده، مناسب برای ایجاد شبکه‌های منظم و متقارن با انحنای میانگین صفر است. ویژگی‌های توابع سینوسی و کسینوسی هم‌زمان در این تابع امکان ایجاد تقارن‌های چندگانه را فراهم می‌کند که برای مدل سازی ساختارهای پیچیده با پایداری بالا کاربرد دارد [۲۹].

رویه شوارز الماسی به دلیل ساختار شبکه‌ای مشابه بلور الماس، دارای استحکام و سختی بالا است. این ساختار مقاوم در برابر فشار و تنش‌های محیطی است و می‌تواند بارهای سنگین را به‌طور مؤثر توزیع کند. به همین دلیل، این سطح در طراحی قطعات مقاوم در برابر سایش و ضربه، مانند در صنایع استخراج معادن یا ماشین‌آلات صنعتی، کاربرد



شکل ۱: الگوریتم مراحل مدل سازی سه بعدی ساختارهای تکرارشونده شوارز ژئوئید، پی و الماسی

پس از ایجاد منحنی‌ها، در این مرحله، تمامی فضاهای خالی میان منحنی‌ها با دقت پر شدند تا سطحی پیوسته و هموار ایجاد شود که با مدل مش‌بندی شده پیشین مطابقت داشته باشد. پر کردن سطح با استفاده از قابلیت پینه چندضلعی [۲۴] انجام شد که امکان تنظیم دقیق ویژگی‌های سطح را فراهم کرده و یکپارچگی ساختاری آن را بهبود بخشید. این فرایند به‌گونه‌ای انجام شد که سطح حاصل با الزامات طراحی اولیه و منحنی‌های ایجادشده در لبه‌های سطح هماهنگ باشد. نتیجه نهایی این مرحله در شکل ۴ نمایش داده شده است. استفاده از این ابزار امکان ایجاد سطوح بدون انقطاع را فراهم کرد که برای بهبود کیفیت مدل سه‌بعدی در طراحی‌های پیچیده ضروری است.

برای ایجاد مدل سه‌بعدی سطح ژبروید بر اساس الگوی شوارز، از ابزارهای تکثیر هندسی در نرم‌افزار SolidWorks استفاده شد. ابتدا با دستور Move/Copy Bodies سطوح ژبروید در راستای محورهای x و y و z تکثیرشده و به‌صورت متناوب و منظم در فضا توزیع گردیدند تا ساختاری شبکه‌ای و تکرارشونده ایجاد شود. سپس، موقعیت‌یابی دقیق اجزا انجام گرفت تا تراز و تقارن میان آن‌ها حفظ‌شده و از هرگونه انحراف جلوگیری شود. مطابق شکل ۵ این فرایند، یکپارچگی و هماهنگی مدل نهایی را تضمین کرده و آن را برای مراحل بعدی طراحی و تحلیل آماده ساخت. با روندی مشابه رویه‌های تکرارشونده سطوح پی و الماسی مطابق با شکل ۶ و شکل ۷ ایجاد می‌شود.

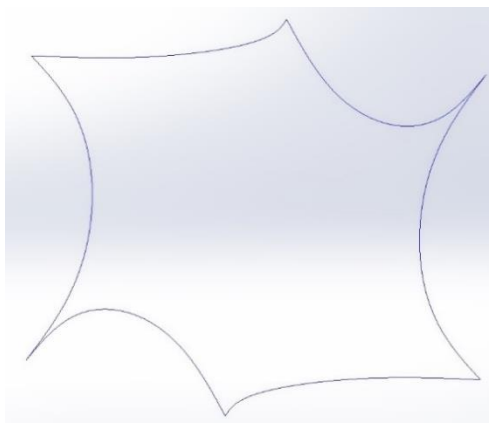
برای آماده‌سازی سطح مینیمال و تبدیل آن به یک ساختار توپر جهت ساخت نهایی، از ابزارهای پیشرفته محیط سطح‌سازی در نرم‌افزار CATIA استفاده شد. این محیط، به دلیل انعطاف‌پذیری بالا و ابزارهای متنوع، انتخابی ایده‌آل برای پردازش دقیق‌تر سطوح پیچیده و ایجاد مدل‌های سه‌بعدی با ویژگی‌های مطلوب است. در گام نخست، سطح مینیمال ایجادشده در محیط Surface بازبینی و اصلاح شد تا برای مراحل بعدی آماده گردد. سپس، از دستور Split به‌عنوان ابزار اصلی برای تقسیم‌بندی و تبدیل سطح به جسم توپر استفاده شد. نتیجه این عملیات، مدلی یکپارچه و توپر است که در شکل ۸ نمایش داده شده است و آماده برای ساخت به کمک روش‌های ساخت افزایشی می‌باشد.

مرحله اول مدل‌سازی، استفاده از معادلات (۱) الی (۳) و به دست آوردن مختصات نقاط رویه‌ها می‌باشد که این مراحل با استفاده از نرم‌افزارهایی مانند MATLAB، قابل پیاده‌سازی می‌باشد. در مرحله بعد فایل STL تولید شده بر مبنای نقاط ایجادشده، به نرم‌افزار CAD مانند سالیدورکس وارد می‌شود که در شکل ۲ خروجی حاصل شده برای رویه ژبروید، قابل مشاهده می‌باشد. این سطح به‌صورت یک مدل شبکه‌ای مش‌بندی شده، شامل مثلث‌های کوچک که نمایشگر سطح اصلی هستند، نمایش داده است. برای تطبیق مدل با ابعاد موردنظر، از ابزار Scale جهت تغییر مقیاس و از Move/Copy Bodies برای جابه‌جایی و تنظیم موقعیت در مختصات دلخواه استفاده شده است. این تنظیمات به‌منظور اطمینان از انطباق مدل با ابعاد واقعی انجام گرفته‌اند.

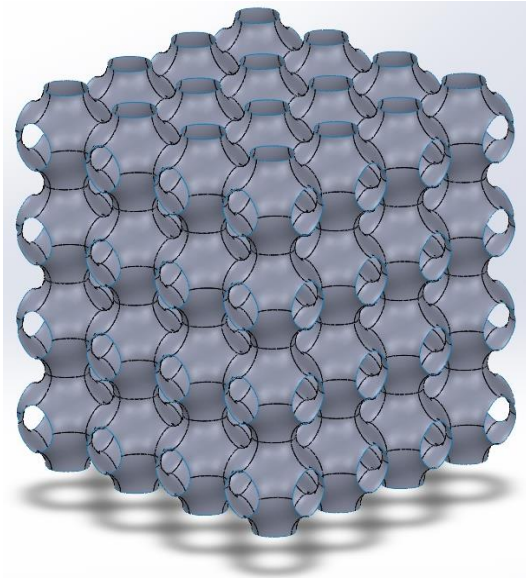
با استفاده از دستور Spline، منحنی‌های بسته‌ای در اطراف مرزهای سطح ژبروید طراحی شدند که در شکل ۳ قابل مشاهده است. این منحنی‌ها در راستای مرزهای شبکه‌ای فایل STL تعریف‌شده و به‌عنوان پایه‌ای برای ایجاد سطوح جدید مورد استفاده قرار گرفتند.



شکل ۲: فایل STL واردشده از متلب به داخل نرم‌افزار سالیدورکس

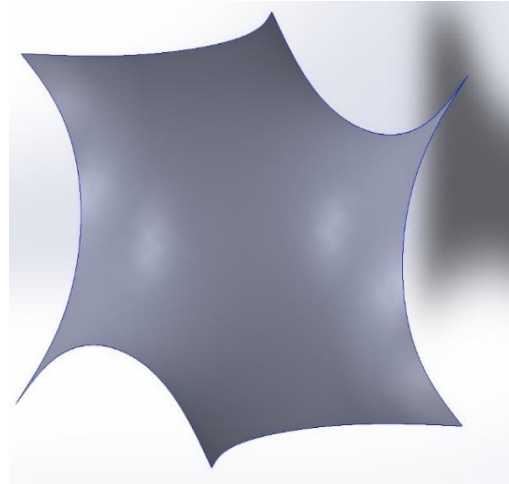


شکل ۳: استخراج منحنی‌های مرزی برای ایجاد رویه

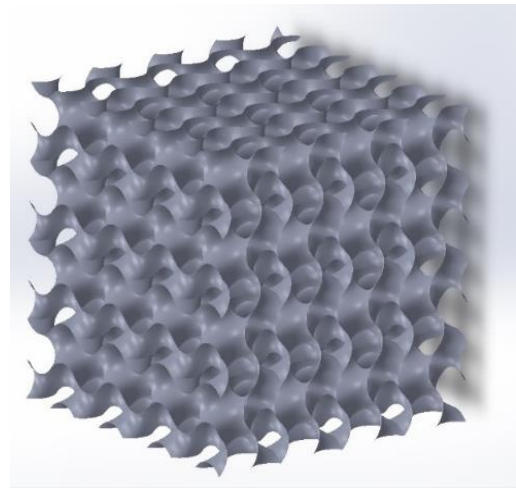


شکل ۷: رویه تکرارشونده پی

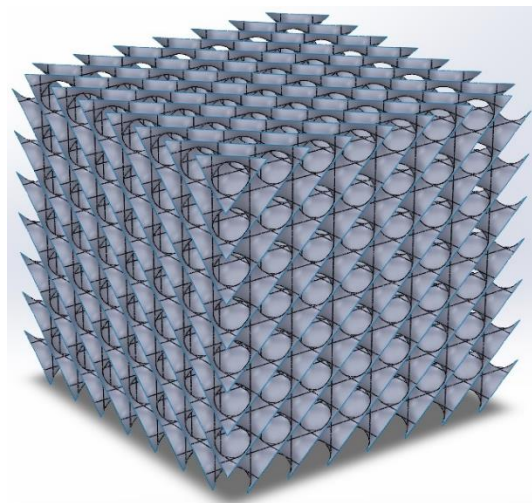
به‌طور خلاصه ابتدا مختصات نقاط یک سلول واحد از ساختار مدنظر، به کمک نرم‌افزار متلب، معلوم می‌شود. سپس این نقاط به‌صورت فایل STL ذخیره‌شده و به نرم‌افزارهای CAD نظیر سالیدورکس یا کتیا وارد می‌شود. در نرم‌افزار CAD لبه‌ها، توسط منحنی‌های اسپیلاین، مشخص می‌شود. سپس داخل سطح به کمک فرمان پر کردن (مثلاً دستور infill در محیط سطح سازی کتیا (GSD) یا دستور مشابه آن در سالیدورکس، Filled Surface)، پر می‌شود که باعث می‌شود پینه‌ای مشابه شکل ۴ ایجاد شود. ادامه کار استفاده از تکثیر این پینه به‌صورت آینه‌ای کردن یا تکرار کردن به‌منظور ایجاد رویه اصلی با ابعاد مدنظر و تعداد تکرار دلخواه می‌باشد (شکل ۵ الی شکل ۷). سپس می‌توان یک مکعب توپر توسط این رویه را برید (مثلاً با دستور Split در محیط GSD کتیا) و به دو بخش تقسیم کرد و بسته به تصمیم طراح، یک بخش را نگه داشت و بخش دیگر را حذف کرد تا ساختار متخلخل نهایی ایجاد شود شکل ۸ (الف و ب) یا با دستور Close Surface از تولبار Surface-Based Features محیط پارت کتیا، رویه ایجادشده را توپر نمود شکل ۸ (ج).



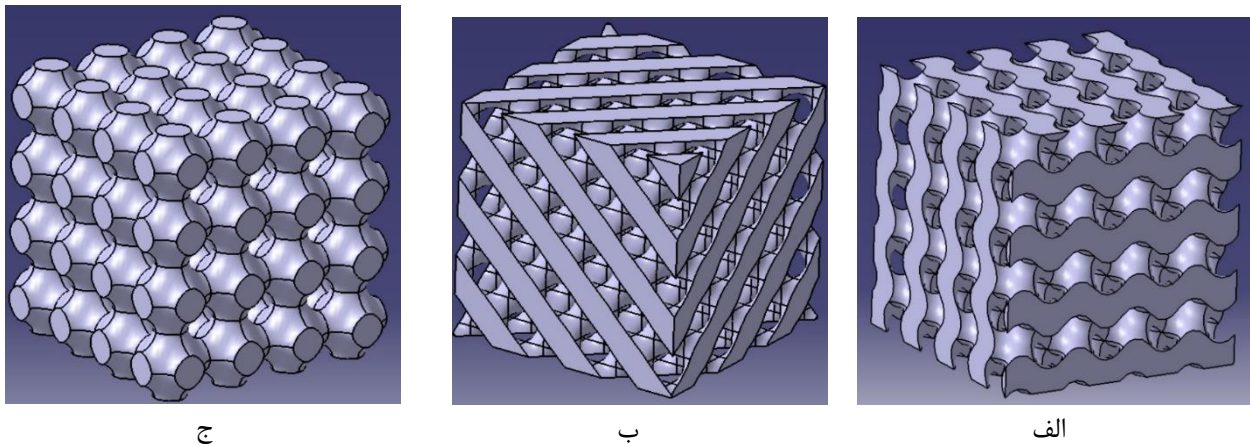
شکل ۴: رویه به‌دست‌آمده به‌وسیله دستور Filled Surface در سالیدورکس



شکل ۵: رویه ژبروید جامع به‌دست‌آمده از طریق گسترش رویه‌های کوچک‌تر



شکل ۶: رویه تکرارشونده الماسی



شکل ۸: مدل توپر ساختار مینیمال الف) ژئوپرید، ب) الماسی و ج) پی



شکل ۹: مدل‌های ساخته شده الف) شوارز الماسی ب) شوارز پی ج) شوارز ژئوپرید

۴- نتایج و بحث

این مطالعه به بررسی مدل‌سازی و پرینت سه‌بعدی ساختارهای متخلخل مینیمال توپر، شامل الگوهای شوارز پی، الماسی و ژئوپرید، می‌پردازد. در این تحقیق، تمرکز اصلی بر فرآیند مدل‌سازی، پرینت و مقایسه اختلافات ابعادی و وزنی بین مدل‌های CAD و نمونه‌های پرینت شده، آزمون فشار شبه استاتیک و بررسی داده‌های خروجی آن است.

۴-۱- اختلافات وزنی و ابعادی

نتایج نشان داد که بین وزن و ابعاد مدل‌های پرینت شده و مدل‌های CAD تفاوت‌هایی وجود دارد، نمونه‌ها با کولیس دیجیتال اندازه‌گیری شد و وزن آن‌ها با استفاده از ترازو با نام تجاری AND مدل HR 200i تعیین گردید که در جدول ۱ قابل مشاهده است. این اختلافات به عوامل متعددی وابسته است که در ادامه مورد بحث قرار می‌گیرند.

در فرآیند چاپ سه‌بعدی، عوامل مختلفی بر وزن نهایی قطعه تأثیر می‌گذارند. یکی از این عوامل، هم‌پوشانی ناقص لایه‌ها و پدیده Under extrusion است. در چاپ با درصد پرشوندگی ۱۰۰ درصد، اگر خطوط اکستروژن به‌طور کامل هم‌پوشان نباشند، فضاهای خالی ایجاد شده که

۳- پرینت سه‌بعدی ساختارها

برای پرینت ساختارهای ایجاد شده در شکل ۸، از روش ساخت FDM با فیلامنت PLA+ با رنگ طبیعی استفاده شد. این ماده به دلیل خواص مکانیکی مناسب، شامل استحکام کششی بالا (۵۰/۲ مگاپاسکال) و مدول الاستیسیته قابل قبول (۲۹۰۰ مگاپاسکال) به‌عنوان گزینه‌ای مناسب برای ساختارهای متخلخل مینیمال انتخاب گردید. همچنین، دمای ذوب بالای این فلایمنت (در محدوده ۱۸۵-۲۱۰ درجه سانتی‌گراد) امکان استفاده در دماهای بالاتر را فراهم می‌کند و به بهینه‌سازی عملکرد مکانیکی کمک می‌کند. قطر فیلامنت ۱/۰۵±۰/۰۵ میلی‌متر می‌باشد [۳۲].

برای تنظیم دمای چاپ، دمای نازل ۲۱۰ درجه سانتی‌گراد انتخاب شد تا ویسکوزیته فیلامنت کاهش یافته و جریان دهی بهتری در حین اکستروژن فراهم گردد. همچنین، دمای بستر ۶۰ درجه سانتی‌گراد برای جلوگیری از تاب برداشتن و بهبود چسبندگی لایه اول تنظیم شد [۳۳]. قطر نازل ۰/۲ میلی‌متر به منظور افزایش دقت هندسی ساختارهای متخلخل انتخاب گردید، چرا که این مقدار امکان اکستروژن کردن لایه‌های نازک‌تر و دقت بالاتر در نواحی پیچیده را فراهم می‌کند. ضخامت لایه نیز ۰/۲ میلی‌متر انتخاب شده است تا تعادل مناسبی بین سرعت چاپ و کیفیت سطحی ایجاد گردد [۳۴]. سرعت چاپ ۵۰ میلی‌متر بر ثانیه به منظور جلوگیری از ایجاد تنش‌های پسماند و حفظ دقت ابعادی در فرآیند چاپ انتخاب شد [۳۵]. در نهایت، درصد پر شدن ۱۰۰٪ به منظور دستیابی به بیشترین استحکام فشاری در آزمایش‌های شبه‌استاتیک انتخاب شد که باعث انتقال یکنواخت تنش در ساختار و بهبود رفتار مکانیکی قطعه می‌شود [۳۶].

فلامنت PLA+ پس از خروج از نازل و طی فرآیند سرد شدن، دچار انقباض حرارتی می‌شود. این انقباض باعث کاهش جزئی در ابعاد نهایی مدل می‌شود. در پرینت سه‌بعدی، انقباض حرارتی همواره یک چالش مهم است و در برخی موارد می‌تواند تا حدود یک تا دو درصد کاهش در ابعاد را ایجاد کند.

تغییرات دمای محیط چاپ ممکن است به تغییر در سرعت سرد شدن فلامنت منجر شود که می‌تواند روی دقت ابعادی تأثیر بگذارد. محیط‌های با دمای ناپایدار یا دارای تهویه نامناسب ممکن است منجر به تغییرات ابعادی شوند.

پرینترهای سه‌بعدی FDM به‌ویژه در چاپ ساختارهای پیچیده مانند ژبروید و شوارز پی، به دلیل محدودیت‌های مکانیکی، ممکن است دقت ابعادی دقیقی نداشته باشند. هرچند تنظیمات دقیق دستگاه به کاهش این خطاها کمک می‌کند، اما تolerانس‌هایی مانند حداقل ضخامت لایه و سرعت حرکت نازل می‌توانند منجر به تغییرات جزئی در ابعاد نهایی مدل شوند.

در نمونه‌های با تراکم ۱۰۰٪، اگر تنظیمات ضخامت لایه‌ها به‌درستی انجام نشود، ممکن است برخی از نواحی به‌صورت کامل پر نشده و باعث کاهش ابعاد شود. به‌خصوص در مدل‌های دارای جزئیات پیچیده، کنترل صحیح ضخامت لایه‌ها برای حفظ دقت ابعادی ضروری است.

موجب کاهش وزن نسبت به مقدار نظری می‌شود. علاوه بر این، حتی در صورت تنظیم صحیح نرخ جریان، ممکن است اکسترودر در برخی نواحی مقدار کمتری ماده را اکسترود کند که این امر به‌ویژه در تغییر جهت‌های سریع مشهودتر است [۳۷]. عامل دیگر، تبخیر اجزای فرار موجود در فیلامنت PLA+ در دمای چاپ است. افزودنی‌هایی مانند پلاستی‌سایزرها و تقویت‌کننده‌های چقرمگی ممکن است در محدوده دمایی ۱۹۰ تا ۲۲۰ درجه سانتی‌گراد تبخیر شده و موجب کاهش وزن نهایی قطعه شوند. این اثر در ساختارهایی با سطح ویژه بالا، مانند سطوح مینیمال، بارزتر است [۳۸].

عامل مهم دیگر در کاهش وزن نهایی، تolerانس قطر فیلامنت است. تولیدکنندگان معمولاً تolerانس ± 0.05 میلی‌متر را برای فیلامنت‌های ۱/۷۵ میلی‌متر گزارش می‌کنند. این اختلاف جزئی می‌تواند مقدار ماده‌ی اکسترود شده را تحت تأثیر قرار دهد، به‌عنوان مثال، اگر قطر واقعی فیلامنت ۱/۷۰ میلی‌متر باشد، حجم ماده‌ی اکسترود شده حدود ۶ درصد کمتر از مقدار مورد انتظار خواهد بود که به کاهش وزن قطعه منجر می‌شود [۳۹].

علاوه بر تفاوت‌های وزنی، اختلافات ابعادی نیز در نمونه‌های چاپ‌شده مشاهده شد که دلایل آن می‌تواند مرتبط با انقباض حرارتی مواد، تأثیر دمای محیط، تolerانس‌های دستگاه پرینت و تراکم لایه‌ها و تنظیم اینفیل بوده و به‌صورت زیر توجیه شود:

جدول ۱: ابعاد و وزن مدل‌های پرینت گرفته‌شده

نام نمونه	وزن نظری (گرم)	وزن واقعی (گرم)	ابعاد نظری (میلی‌متر)	ابعاد واقعی (میلی‌متر)
شوارز پی	۷۳/۲۰	۶۱/۳۷	۵۰ × ۵۰ × ۵۰	۴۹/۵۱ × ۵۰/۰۴ × ۵۰/۰۶
شوارز ژبروید	۷۳/۳۴	۶۴/۰۵	۵۰ × ۵۰ × ۵۰	۵۰/۲۷ × ۵۰/۴۴ × ۵۰/۰۱
شوارز الماسی	۷۱/۵۵	۶۴/۵۱	۵۰ × ۵۰ × ۵۰	۴۹/۹۷ × ۵۰/۰۹ × ۵۰/۲۶

۴-۲- تست فشار شبه استاتیک

آزمایش فشار شبه‌استاتیک با دستگاه ZWICK Z250 مطابق استاندارد ASTM D695 انجام شد. سرعت آزمون برابر با ۱/۵ میلی‌متر بر دقیقه تنظیم شد تا تغییر شکل تدریجی نمونه‌ها و تحلیل دقیق رفتار پلاستیک آن‌ها امکان‌پذیر شود. سه نمونه در شرایط آزمایشگاهی بررسی شدند و تا کرنش ۶۰ درصد یا جابه‌جایی ۳۰ میلی‌متر تحت فشار قرار گرفتند. هر آزمون حدود ۲۰ دقیقه طول کشید و نمودارهای نیرو- جابه‌جایی برای هر سه نمونه استخراج شد.

ساختارهای متخلخل طراحی شده بر اساس الگوهای سطوح مینیمال شوارز پی، الماسی و ژبروید، دارای خواص مکانیکی وابسته به هندسه هستند. رفتار این ساختارها تحت بارگذاری فشاری به‌طور معمول شامل سه مرحله تغییر شکل است: مرحله الاستیک اولیه که تغییر شکل خطی و برگشت‌پذیر است، مرحله تسلیم که در ادامه به‌صورت تدریجی، ساختار فشرده می‌شود و افزایش نیروی چندانی وجود ندارد و مرحله متراکم شدن که در آن تخلخل‌ها تقریباً حذف شده و نیرو به‌طور ناگهانی افزایش می‌یابد (مطابق شکل ۱۰). این مراحل

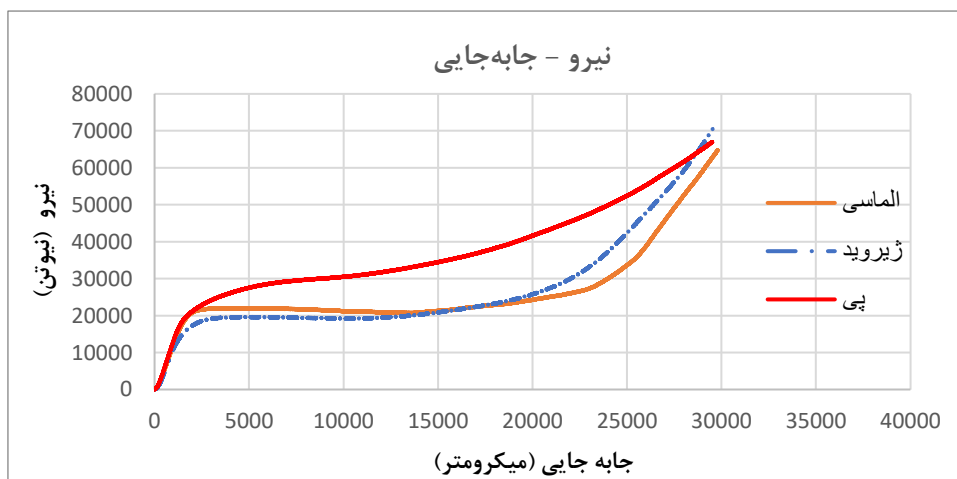
ساختار الماسی در مقایسه با ژیروید، در ابتدا عملکرد بهتری دارد اما در اواخر کورس، نیروی کمتری تحمل کرده است در مقابل، نمودار شوارز پی بالاترین استحکام را نشان داده و مشخصاً ظرفیت تحمل نیروی بیشتری دارد.

نمودار انرژی-جابجایی نشان‌دهنده میزان انرژی جذب‌شده در هر ساختار از ابتدا تا جابه‌جایی مربوطه می‌باشد که مطابق شکل ۱۱ از طریق محاسبه مساحت زیر نمودار نیرو-جابجایی از ابتدا تا جابه‌جایی مربوطه، به دست می‌آید. مواد با جذب انرژی بیشتر معمولاً در برابر ضربه بهتر عمل می‌کنند و آسیب کمتری به سازه‌های جانبی، منتقل می‌شود. این تحلیل به انتخاب ساختار مناسب بر اساس استحکام و ظرفیت جذب انرژی کمک می‌کند. نمونه شوارز پی بیشترین جذب انرژی را در جابجایی‌های مختلف نشان می‌دهد و به دلیل ساختار ویژه، مقاومت بالاتری در برابر تغییر شکل دارد. نمونه شوارز الماسی و ژیروید از نظر جذب انرژی در حد همدیگر بوده ولی پایین‌تر نسبت به ساختار پی قرار می‌گیرند.

به‌طور دقیق‌تر در آزمون فشار شبه‌استاتیک با سرعت پایین ۱/۵ میلی‌متر بر دقیقه قابل‌مشاهده هستند [۴۰].

استاندارد ASTM D695 به‌عنوان یک روش رایج برای تعیین رفتار مکانیکی مواد پلیمری تحت بارگذاری فشاری در این پژوهش استفاده شد. این استاندارد مناسب برای مواد متخلخل است و معیارهایی برای نرخ کرنش، شرایط تثبیت نمونه و معیارهای شکست ارائه می‌دهد که کمک به مقایسه نتایج تحقیقاتی و صنعتی می‌کند. انتخاب سرعت بارگذاری پایین ۱/۵ میلی‌متر بر دقیقه همچنین به کنترل دقیق تغییر شکل و جلوگیری از اثرات نرخ کرنش بالا کمک می‌کند. این نرخ بارگذاری در مقایسه با آزمون‌های دینامیکی و کشش مزیت‌هایی دارد که از جمله آن‌ها می‌توان به تحلیل دقیق‌تر رفتار پلاستیک و تغییر شکل اشاره کرد [۴۱].

نمودارهای نیرو-جابجایی به‌صورت تجمیعی مطابق شکل ۱۰ ارائه شدند تا تأثیر هندسه ساختارها بر خواص معلوم شود. با بررسی نمودارها مشخص می‌شود ساختار ژیروید کمترین مقاومت را در برابر نیرو نشان داده و زودتر از سایر ساختارها دچار تغییر شکل شده است.



شکل ۱۰: نمودار نیرو - جابه‌جایی شوارز الماسی، ژیروید و پی



شکل ۱۱: نمودار انرژی - جابه‌جایی شوارز الماسی، ژیروید و پی

توزیع مواد استفاده می‌کنند مورد استفاده قرار گیرد و کارکرد آن‌ها را بهبود بخشد.

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، به بررسی مدل‌سازی و پرینت سه‌بعدی ساختارهای متخلخل مینیمال توپر شوارز پی، الماسی و ژیروید و همچنین تست فشار شبه استاتیک آن‌ها پرداخته شد. نتایج نشان می‌دهد که ساختارهای شوارز بسته به هندسه و ویژگی‌های مکانیکی خود، عملکرد متفاوتی در برابر بارگذاری دارند. شوارز پی بالاترین استحکام و جذب انرژی را در میان ساختارها نشان داد و برای کاربردهایی با نیاز به تحمل نیروهای سنگین و مقاومت در برابر تغییر شکل دائمی مناسب‌تر است. ساختار الماسی در ابتدا عملکردی بهتر نسبت به ژیروید در نمودار نیرو-جابه‌جایی داشت ولی در انتهای کورس شرایط ساختار ژیروید بهبود یافت. از نظر جذب انرژی نیز تقریباً دو ساختار شرایط مشابهی ارائه کردند. این یافته‌ها می‌تواند به بهینه‌سازی طراحی قطعات صنعتی و پزشکی کمک کند.

۶- منابع

[1] W. Chen, L. Gan, and J. Huang, "Design, manufacturing and functions of pore-structured materials: from biomimetics to artificial," *Biomimetics*, vol. 8, no. 2, p. 140, 2023, doi: [10.3390/biomimetics8020140](https://doi.org/10.3390/biomimetics8020140).

[2] Z. Chen et al., "Understanding porous materials with pair distribution functions," *Cell Rep. Phys. Sci.*, vol. 4, no. 12, p. 101681, 2023, doi: [10.1016/j.xcrp.2023.101681](https://doi.org/10.1016/j.xcrp.2023.101681).

ساختارهای مبتنی بر سطوح مینیمال از ویژگی‌های هندسی متفاوتی برخوردارند که تأثیر زیادی بر توزیع تنش و رفتار مکانیکی آن‌ها دارند. ساختار ژیروید به دلیل انحنای متقارن و نسبت بازتر در مقطع، توزیع تنش غیریکنواختی دارد که منجر به کاهش مقاومت در برابر بار فشاری و تغییر شکل زود هنگام در کرنش‌های بالا می‌شود. ساختار الماسی، فشرده‌تر است و سفتی اولیه بیشتری دارد، اما در کرنش‌های بالاتر، به دلیل توزیع غیرهمگن نیرو، کاهش تدریجی در ظرفیت تحمل بار مشاهده می‌شود. در مقابل، شوارز پی با توزیع یکنواخت‌تر تنش و پیوستگی ساختاری بهتر، بالاترین ظرفیت تحمل بار را دارد و تغییر شکل آن در نیروهای بالاتر رخ می‌دهد؛ مثلاً با توجه به شکل ۱۰ مشخص می‌شود در جابه‌جایی ۱۵ میلی‌متر، مقدار نیرویی که ساختار شوارز پی تحمل می‌کند حدود ۷۵٪ بیشتر از دو نوع دیگر است. همچنین، در تحلیل جذب انرژی، شوارز پی بیشترین انرژی را جذب کرده و مقاومت بیشتری در برابر تغییر شکل از خود نشان می‌دهد، در حالی که ژیروید و الماسی به ترتیب جذب انرژی کمتری دارند و برای کاربردهایی که نیاز به مقاومت بالا دارند، مناسب نیستند. با توجه به شکل ۱۱ معلوم می‌شود که در انتهای کورس و در جابه‌جایی ۳۰ میلی‌متر، انرژی جذب‌شده توسط ساختار پی حدود ۴۰٪ بیشتر از دو ساختار دیگر است.

با توجه به اثبات تأثیر استفاده از ساختارهای چند ماده‌ای، نظیر سازه‌های کامپوزیتی [۴۲] در ارتقاء و بهبود خواص، نتایج حاصله در این پژوهش می‌تواند به‌عنوان نمونه، در بهبود عملکرد جذب انرژی سازه‌هایی که از جنس‌های مختلف [۴۳] یا توپولوژی‌های مختلف در

- [11] C. Iandiorio et al., "The beneficial effect of a TPMS-based fillet shape on the mechanical strength of metal cubic lattice structures," *Materials*, vol. 17, no. 7, p. 1553, 2024, doi: [10.3390/ma17071553](https://doi.org/10.3390/ma17071553).
- [12] O. Al-Ketan, D.-W. Lee, R. Rowshan, and R. K. A. Al-Rub, "Functionally graded and multi-morphology sheet TPMS lattices: Design, manufacturing, and mechanical properties," *J. Mech. Behav. Biomed. Mater.*, vol. 102, p. 103520, 2020, doi: [10.1016/j.jmbbm.2019.103520](https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2019.103520).
- [13] A. I. Ansari, N. A. Sheikh, and N. Kumar, "Evaluation of the energy absorbing capacity of the two combinations of TPMS structure subjected to different compressive strain rates," *J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.*, vol. 46, no. 6, p. 334, 2024, doi: [10.1007/s40430-024-04925-8](https://doi.org/10.1007/s40430-024-04925-8).
- [14] S. Ibrahim, L. D'Andrea, D. Gastaldi, M. W. Rivolta, and P. Vena, "Machine learning approaches for the design of biomechanically compatible bone tissue engineering scaffolds," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 423, p. 116842, 2024, doi: [10.1016/j.cma.2024.116842](https://doi.org/10.1016/j.cma.2024.116842).
- [15] A. Ebrahimzadeh Dehaghani, Z. Javanbakht, M. Barzan, D. G. Lloyd, and S. Feih, "Multifunctional design of triply periodic minimal surface structures for temporary pediatric fixation devices," *Adv. Eng. Mater.*, p. 2400518, 2024, doi: [10.1002/adem.202400518](https://doi.org/10.1002/adem.202400518).
- [16] Y.-Z. Chen et al., "An efficient parameterized neural network enhanced multiscale finite element modeling for triply periodic minimal surface meta-structures and its applications for femur," *J. Mater. Res. Technol.*, vol. 30, pp. 6176–6194, 2024, doi: [10.1016/j.jmrt.2024.05.023](https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2024.05.023).
- [17] M. Mamuti, L. Chao, and Z. Tian, "Analysis of mechanical characteristics and permeability of TPMS and Voronoi porous structure for bone scaffold," *Comput. Methods Biomech. Biomed. Eng.*, pp. 1–14, 2024, doi: [10.1080/10255842.2024.2358378](https://doi.org/10.1080/10255842.2024.2358378).
- [18] W. Huang et al., "Thermal-hydraulic performance of TPMS-based regenerators in combined cycle aero-engine," *Appl. Therm. Eng.*, p. 123510, 2024, doi: [10.1016/j.applthermaleng.2024.123510](https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2024.123510).
- [3] K. Yeranee and Y. Rao, "A review of recent investigations on flow and heat transfer enhancement in cooling channels embedded with triply periodic minimal surfaces (TPMS)," *Energies*, vol. 15, no. 23, p. 8994, 2022, doi: [10.3390/en15238994](https://doi.org/10.3390/en15238994).
- [4] S. Zou et al., "Mechanical and biological properties of enhanced porous scaffolds based on triply periodic minimal surfaces," *Mater. Des.*, vol. 219, p. 110803, 2022, doi: [10.1016/j.matdes.2022.110803](https://doi.org/10.1016/j.matdes.2022.110803).
- [5] M. Zhang et al., "Study on the anisotropy of triply periodic minimal surface porous structures," *Coatings*, vol. 13, no. 7, p. 1206, 2023, doi: [10.3390/coatings13071206](https://doi.org/10.3390/coatings13071206).
- [6] C. Yan et al., "Design of TPMS structures," in *Triplically Periodic Minimal Surface Lattices Additive Manufacturing by Selective Laser Melting*. Elsevier, 2021, pp. 27–38, doi: [10.1016/B978-0-12-824438-8.00002-9](https://doi.org/10.1016/B978-0-12-824438-8.00002-9).
- [7] I. Gibson, D. Rosen, and B. Stucker, "Direct digital manufacturing," in *Additive Manufacturing Technologies: 3D Printing, Rapid Prototyping, and Direct Digital Manufacturing*, 2nd ed. Springer, 2015, pp. 375–397, doi: [10.1007/978-1-4939-2113-3_16](https://doi.org/10.1007/978-1-4939-2113-3_16).
- [8] Y. Cui, A. K. Gain, L. Zhang, and Z. Li, "Manufacture and property characterization of interconnected pore-gradient TPMS materials," *Mater. Sci. Eng. A*, vol. 892, p. 146100, 2024, doi: [10.1016/j.msea.2024.146100](https://doi.org/10.1016/j.msea.2024.146100).
- [9] S. Hussain, A. Nazir, S. Waqar, U. Ali, and O. Gokcekaya, "Effect of additive manufactured hybrid and functionally graded novel designed cellular lattice structures on mechanical and failure properties," *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, vol. 128, no. 11–12, pp. 4873–4891, 2023, doi: [10.1007/s00170-023-12201-7](https://doi.org/10.1007/s00170-023-12201-7).
- [10] K. M. Gide and Z. S. Bagheri, "Mechanical behavior and material modeling of fused filament fabricated PEEK based on TPMS lattices: a comparative study," *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, vol. 134, no. 5, pp. 2765–2780, 2024, doi: [10.21203/rs.3.rs-4320202/v1](https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-4320202/v1).

- [27] A. Hasanabadi, "Construction of porous multiscale heterogeneous microstructures using statistical correlation functions and minimal surfaces," *J. Solid Mech.*, vol. 14, no. 4, 2022, doi: [10.22034/jsm.2021.1921437.1674](https://doi.org/10.22034/jsm.2021.1921437.1674).
- [28] A. Ehsani Nezhad, A. Hasanabadi, and M. Sheikhi Azqandi, "3D printing of voxel-based structures by direct creation of STL file format," *Iran. J. Manuf. Eng.*, vol. 11, no. 6, pp. 29–41, 2024, doi: [10.22034/IJME.2024.457932.1960](https://doi.org/10.22034/IJME.2024.457932.1960) (in Persian).
- [29] H. A. Schwarz, *Gesammelte Mathematische Abhandlungen*. Providence, RI, USA: American Mathematical Society, 1972. [Online]. Available: <https://archive.org/details/gesammeltemathe00schwgoog>.
- [30] A. H. Schoen, *Infinite Periodic Minimal Surfaces Without Self-Intersections*. Washington, DC, USA: NASA, 1970. [Online]. Available: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19700020472>.
- [31] C. Lu, L. A. Lesmana, F. Chen, and M. Aziz, "MD-TPMS: Multi-dimensional gradient minimal surface generator," *Software Impacts*, vol. 17, p. 100527, 2023, doi: [10.1016/j.simpa.2023.100527](https://doi.org/10.1016/j.simpa.2023.100527).
- [32] S. Farah, D. G. Anderson, and R. Langer, "Physical and mechanical properties of PLA, and their functions in widespread applications—A comprehensive review," *Adv. Drug Deliv. Rev.*, vol. 107, pp. 367–392, 2016, doi: [10.1016/j.addr.2016.06.012](https://doi.org/10.1016/j.addr.2016.06.012).
- [33] A. Lanzotti, M. Grasso, G. Staiano, and M. Martorelli, "The impact of process parameters on mechanical properties of parts fabricated in PLA with an open-source 3-D printer," *Rapid Prototyp. J.*, vol. 21, no. 5, pp. 604–617, 2015, doi: [10.1108/RPJ-09-2014-0135](https://doi.org/10.1108/RPJ-09-2014-0135).
- [34] B. Tymrak, M. Kreiger, and J. M. Pearce, "Mechanical properties of components fabricated with open-source 3-D printers under realistic environmental conditions," *Mater. Des.*, vol. 58, pp. 242–246, 2014, doi: [10.1016/j.matdes.2014.02.038](https://doi.org/10.1016/j.matdes.2014.02.038).
- [35] M. Q. Tanveer, G. Mishra, S. Mishra, and R. Sharma, "Effect of infill pattern and infill density on mechanical behaviour of FDM 3D printed parts—A
- [19] S. M. B. Mirafzali and A. Hasanabadi, "Investigating the energy absorption quality of the porous Schwarz P structure made by 3D printing method," *Iran. J. Manuf. Eng.*, vol. 9, no. 11, pp. 13–20, 2023, doi: [10.22034/IJME.2023.383269.1744](https://doi.org/10.22034/IJME.2023.383269.1744) (in Persian).
- [20] Z. Hooshmand-Ahoor, H. Luo, and K. Danas, "M-Voronoi and other random open and closed-cell elasto-plastic cellular materials: Geometry generation and numerical study at small and large strains," *Int. J. Solids Struct.*, vol. 290, p. 112680, 2024, doi: [10.1016/j.ijsolstr.2024.112680](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2024.112680).
- [21] M.-T. Hsieh and L. Valdevit, "Minisurf – A minimal surface generator for finite element modeling and additive manufacturing," *Software Impacts*, vol. 6, p. 100026, 2020, doi: [10.1016/j.simpa.2020.100026](https://doi.org/10.1016/j.simpa.2020.100026).
- [22] G. Chouhan and B. Gunji, "Additive manufacturing TPMS lattice structures: Experimental study on airflow resistivity," *Results Mater.*, vol. 20, p. 100478, 2023, doi: [10.1016/j.rinma.2023.100478](https://doi.org/10.1016/j.rinma.2023.100478).
- [23] C. Lu, L. A. Lesmana, F. Chen, and M. Aziz, "MD-TPMS: Multi-dimensional gradient minimal surface generator," *Software Impacts*, vol. 17, p. 100527, 2023, doi: [10.1016/j.simpa.2023.100527](https://doi.org/10.1016/j.simpa.2023.100527).
- [24] A. Hasanabadi, "Microstructure design of heterogeneous material using multisided patch," *Iran. J. Manuf. Eng.*, vol. 8, no. 2, pp. 32–40, 2021. [Online]. Available: https://www.iranjme.ir/article_131941.html (in Persian).
- [25] K. Q. Tran, T.-D. Hoang, J. Lee, and H. Nguyen-Xuan, "Three novel computational modeling frameworks of 3D-printed graphene platelets reinforced functionally graded triply periodic minimal surface (GPLR-FG-TPMS) plates," *Appl. Math. Model.*, vol. 126, pp. 667–697, 2024, doi: [10.1016/j.apm.2023.10.043](https://doi.org/10.1016/j.apm.2023.10.043).
- [26] M. Afshar, A. P. Anaraki, and H. Montazerian, "Compressive characteristics of radially graded porosity scaffolds architected with minimal surfaces," *Mater. Sci. Eng. C*, vol. 92, pp. 254–267, 2018, doi: [10.1016/j.msec.2018.06.051](https://doi.org/10.1016/j.msec.2018.06.051).

State Science Series. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 1997, doi: [10.1017/CBO9781139878326](https://doi.org/10.1017/CBO9781139878326).

[41] S. A. Oudah, H. B. Al-Attraqchi, and N. A. Nassir, "The effect of process parameters on the compression property of acrylonitrile butadiene styrene produced by 3D printer," *Eng. Technol. J.*, vol. 40, no. 1, pp. 189–194, 2022, doi: [10.30684/etj.v40i1.2118](https://doi.org/10.30684/etj.v40i1.2118).

[42] A. Alizadeh, M. Heydaribeni, R. Soltani Bidar, and J. Eskandari Jam, "Manufacturing and mechanical properties of copper alloy matrix composites reinforced with micron diamond particles," *Sci. Technol. Mech. Eng.*, vol. 3, no. 1, pp. 117–132, 2024, doi: [10.22034/stme.2024.471009.1068](https://doi.org/10.22034/stme.2024.471009.1068) (in Persian).

[43] P. Pirali, M. Heydaribeni, S. M. R. Ghaderi, and J. Eskandari Jam, "Numerical and experimental investigation of square profile filled with aluminum foam under lateral and axial impact," *Sci. Technol. Mech. Eng.*, vol. 3, no. 1, pp. 23–42, 2024, doi: [10.22034/stme.2024.471012.1069](https://doi.org/10.22034/stme.2024.471012.1069) (in Persian).

current review," *Mater. Today Proc.*, vol. 62, pp. 100–108, 2022, doi: [10.1016/j.matpr.2022.02.310](https://doi.org/10.1016/j.matpr.2022.02.310).

[36] M. Doshi, A. Mahale, S. K. Singh, and S. Deshmukh, "Printing parameters and materials affecting mechanical properties of FDM-3D printed parts: Perspective and prospects," *Mater. Today Proc.*, vol. 50, pp. 2269–2275, 2022, doi: [10.1016/j.matpr.2021.10.003](https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.10.003).

[37] M. Eryildiz, "The effects of infill patterns on the mechanical properties of 3D printed PLA parts fabricated by FDM," *Ukr. J. Mech. Eng. Mater. Sci.*, vol. 7, no. 1–2, pp. 1–8, 2021, doi: [10.23939/ujmems2021.01-02.001](https://doi.org/10.23939/ujmems2021.01-02.001).

[38] T. C. Seem et al., "Twin screw granulation—A literature review," *Powder Technol.*, vol. 276, pp. 89–102, 2015, doi: [10.1016/j.powtec.2015.01.075](https://doi.org/10.1016/j.powtec.2015.01.075).

[39] C. Cardona, A. H. Curdes, and A. J. Isaacs, "Effects of filament diameter tolerances in fused filament fabrication," *IUJ. Undergrad. Res.*, vol. 2, no. 1, pp. 44–47, 2016, doi: [10.14434/iujur.v2i1.20917](https://doi.org/10.14434/iujur.v2i1.20917).

[40] L. J. Gibson and M. F. Ashby, *Cellular Solids: Structure and Properties*, 2nd ed., Cambridge Solid