



Design of an optimal sliding mode controller for modeling and dynamic analysis of hand motion in baseball throwing

Hamid Makarem¹ , Seyyed Arash Haghpanah*²

1. M.Sc. Student, Department of Mechanical Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran

2. Assistant professor, Department of Mechanical Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran

Abstract

Baseball is one of the most popular sports in the United States, and numerous studies have examined various aspects of its throwing mechanics, including ball release characteristics, upper-limb biomechanics, common shoulder and elbow injuries, and performance differences between left- and right-handed players. Given the high incidence of overuse injuries—particularly among pitchers—there is a growing need for advanced control strategies to optimize joint and muscle coordination during throwing. This study aims to develop an optimal control framework based on Sliding Mode Control (SMC) integrated with a detailed dynamic model of the upper limb during the baseball pitching motion. The proposed model enables precise regulation of joint angles and torques, helping maintain athletic performance while reducing musculoskeletal injury risk. The outcomes of this research have potential applications in rehabilitation systems, pitching skill training, and the development of assistive robotic technologies.

Keywords

Baseball pitching
shoulder and elbow angles
shoulder and elbow joint
torques
Sliding Mode Controller
MATLAB Simulink

Received: 19.07.2025

Revised: 15.10.2025

Accepted: 03.11.2025

*Corresponding Author

Seyyed Arash Haghpanah

Email

Haghpanah@shirazu.ac.ir

1- Introduction

Baseball is one of the most widely practiced sports in the United States, and the pitching motion has long been a major focus of biomechanical research due to its repetitive, high-load nature and its strong association with shoulder and elbow injuries[1-4]. Although previous studies have extensively examined the kinematics, kinetics, and injury mechanisms of pitching, fewer investigations have explored the use of control strategies to actively optimize joint motion and reduce musculoskeletal risks during the throw[5-7]. This study aims to develop a detailed dynamic model of the upper limb during the baseball pitching motion and to design a

robust controller based on Sliding Mode Control (SMC) for accurate tracking of joint angles and regulation of applied torques[8]. The proposed approach leverages the inherent robustness of SMC against model uncertainties and external disturbances, enabling more realistic simulation of the pitching motion and offering potential for reducing injury risk in repetitive high-speed actions. The outcomes of this research provide valuable insights for rehabilitation technologies, motor-skill training, and the development of assistive robotic systems for sports applications[9, 10].

How to Cite this Article:

[1] H. Makarem and S. A. Haghpanah, "Design of an optimal sliding mode controller for modeling and dynamic analysis of hand motion in baseball throwing," *Journal of Science and Technology in Mechanical Engineering*, Vol. 4, No. 2, pp. 191–204, 2026. [Online]. Available: <https://doi.org/10.22034/stme.2025.535646.1150> (in Persian)



2- Research Methods

To derive the dynamic equations of the baseball pitching motion, coordinate frames were assigned to the shoulder and elbow joints, modeling the upper limb with three degrees of freedom at the shoulder (abduction–adduction, flexion–extension, and internal–external rotation) and one degree of freedom at the elbow (flexion–extension)[11-13]. Joint angle trajectories were obtained using high-speed motion capture of eight collegiate baseball players (mean height 1.86 m, mean weight 84 kg) and processed through a Direct Linear Transformation (DLT) algorithm for full 3D reconstruction[14, 15].

According to Figure 1 for the kinematic modeling of the arm, the Denavit–Hartenberg (D–H) convention was employed to describe the position and orientation of each joint-attached coordinate frame. Based on the identified D–H parameters, homogeneous transformation matrices were formulated and sequentially multiplied to compute rotation matrices and position vectors for all segments.

Anthropometric properties—including segment length, mass, density, radius of gyration, and center of mass—were determined from established regression tables using the average body parameters of the participants[16, 17]. These data were then used to construct the inertia matrices, Coriolis and centrifugal terms, and the gravitational torque vector required for assembling the full dynamic model of the upper limb[18, 19].

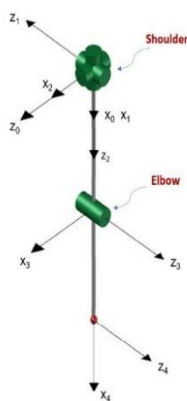


Figure 1: Coordinate system setup

3- Results

The dynamic model of the upper limb was formulated using the Lagrangian approach, with joint torques serving as control inputs for tracking the experimentally identified reference trajectories. Simulation results show that the proposed Sliding Mode Controller successfully tracks the desired joint motions with high accuracy. The overall RMS tracking error was approximately 0.67° , with peak errors ranging from 1.15° to 2.87° , which is acceptable for fast pitching motions ($T \approx 0.5$ s). The tracking error rapidly decreased during the initial 0.1–0.2 s, converging to a narrow steady-state band of $\pm 0.57^\circ$, indicating fast sliding-surface convergence and strong robustness to modeled disturbances.

The use of a saturation function instead of a sign function effectively reduced chattering while maintaining acceptable tracking precision. According to Figure 2-Figure 5, analysis of joint torques revealed higher torque demands at the shoulder compared to the elbow, consistent with the greater injury risk reported for the shoulder during high-speed throwing. A sharp initial increase in shoulder torque was also observed, corresponding to the rapid arm elevation at the onset of the pitching motion. External disturbances and model uncertainties were incorporated into the simulations to evaluate the robustness of the proposed controller. The results demonstrate that the Sliding Mode Controller effectively maintains system stability under these perturbations, keeping the tracking error within a very small range. This behavior highlights the inherent robustness of SMC against uncertainties and disturbances, confirming its suitability for controlling fast and highly dynamic pitching motions. Comparative analysis of the simulated and desired joint trajectories indicates nearly complete overlap, with only minor deviations occurring during rapid motion segments. These small errors are quickly corrected by the controller, demonstrating that the proposed Sliding Mode Controller not only guarantees theoretical stability but also achieves precise practical tracking of the pitching motion. According to Figure 6-Figure 9 the

proposed Sliding Mode Controller demonstrated high accuracy in tracking the desired joint trajectories, with RMS errors below 1° for all degrees of freedom and maximum errors not exceeding 3° , which are negligible from a biomechanical perspective. Simulated and reference trajectories nearly completely overlap, with differences barely noticeable in graphical comparisons. In addition to ensuring stability, the controller exhibited strong robustness against disturbances and model uncertainties. These results indicate that the approach is effective and reliable for high-speed precision-demanding biomechanical tasks such as baseball pitching.

4- Conclusions

This study presents the design and implementation of a robust Sliding Mode Controller (SMC) for a four-degree-of-freedom biomechanical model of the upper limb, comprising three shoulder and one elbow degree of freedom, to analyze and control the baseball pitching motion. Joint trajectories.

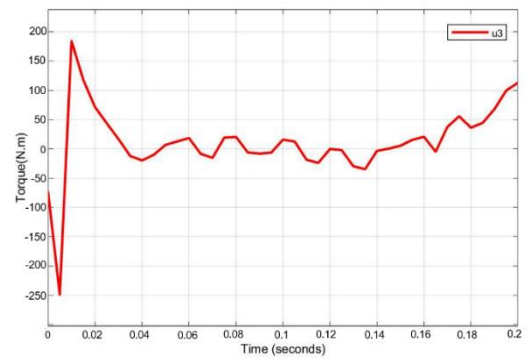


Figure 4: Shoulder rotation

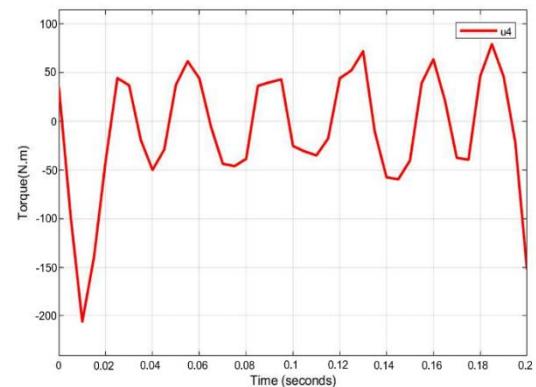


Figure 5: elbow flexion/extension

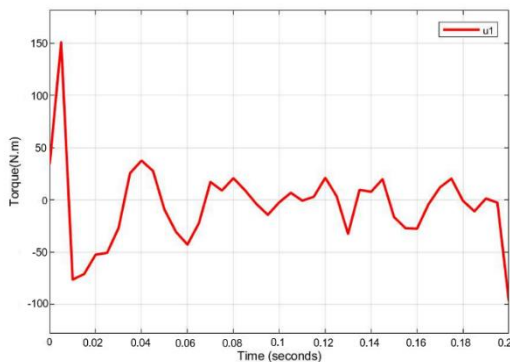


Figure 2: Shoulder abduction/adduction

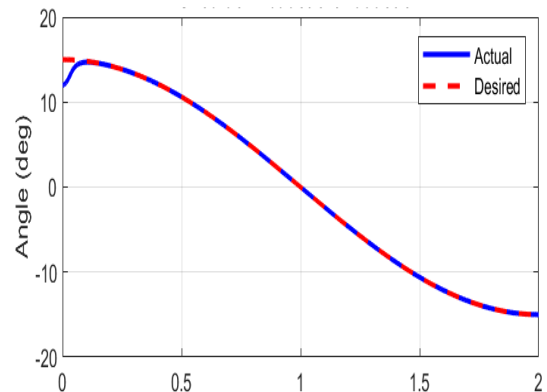


Figure 6: Shoulder abduction/adduction angle

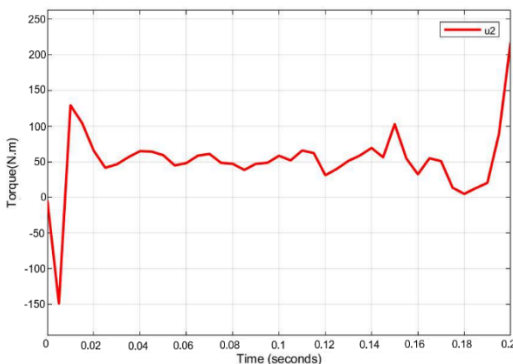


Figure 3: Shoulder flexion/extension

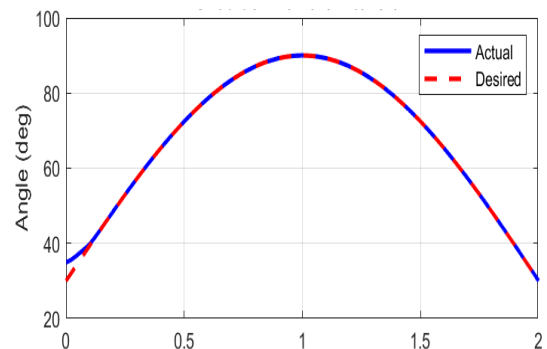


Figure 7: Shoulder flexion/extension angle

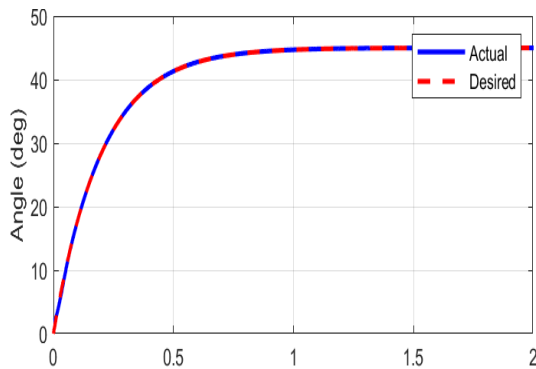


Figure 8: Shoulder rotation angle

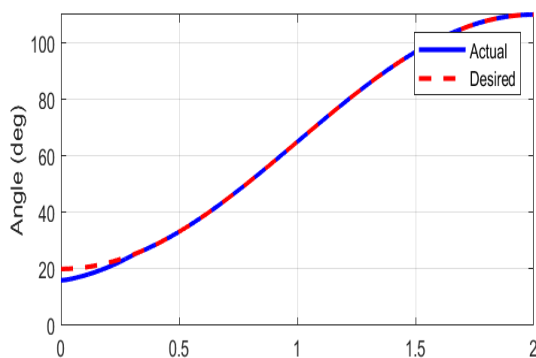


Figure 9: Elbow flexion/extension

5- References

- [1] B. Ata, "Adaptive backstepping decoupled fast terminal sliding mode control for underactuated systems under uncertainties and actuator faults," *IEEE Access*, 2025.
- [2] Y.-W. Bai and I.-H. Hsieh, "Using a wearable device to assist the training of the throwing motion of baseball players," in *Proc. 2019 IEEE Canadian Conf. Electrical and Computer Engineering (CCECE)*, 2019, pp. 1–6.
- [3] X. Chu, W. Li, H. Pan, and Y. Kong, "Fuzzy-adaptive sliding mode control with pitch transient prescribed performance control for nacelle suspension," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2025.
- [4] R. L. Crotin *et al.*, "Analysis of injuries and pitching performance between Major League Baseball and Nippon Professional Baseball: A two-team comparison between 2015 and 2019," *Orthopaedic Journal of Sports Medicine*, Vol. 9, No. 5, p. 23259671211008810, 2021, doi: [10.1177/23259671211008810](https://doi.org/10.1177/23259671211008810).
- [5] M. K. Dawane and G. Malwatkar, "Comparative study on implementation of PID control architecture and sliding mode control with IoT integration on inverted pendulum systems," in *Interdisciplinary Approaches to AI, Internet of Everything, and Machine Learning*. Hershey, PA, USA: IGI Global, 2025, pp. 49–72.
- [6] R. F. Escamilla, G. S. Fleisig, D. Groeschner, and K. Akizuki, "Biomechanical comparisons among fastball, slider, curveball, and changeup pitch types and between balls and strikes in professional baseball pitchers," *The American Journal of Sports Medicine*, Vol. 45, No. 14, pp. 3358–3367, 2017, doi: [10.1177/0363546517730052](https://doi.org/10.1177/0363546517730052).
- [7] X. Fu, H. Ai, and L. Chen, "Repetitive learning sliding mode stabilization control for a flexible-base, flexible-link and flexible-joint space robot capturing a satellite," *Applied Sciences*, Vol. 11, No. 17, p. 8077, 2021, doi: [10.3390/app11178077](https://doi.org/10.3390/app11178077).
- [8] T. J. Hamer, S. Chung, and A. B. Rosen, "Comparison of biomechanical factors before and after UCL surgery in baseball athletes: A systematic review with meta-analysis," *Orthopaedic Journal of Sports Medicine*, Vol. 9, No. 3, p. 2325967120988736, 2021, doi: [10.1177/2325967120988736](https://doi.org/10.1177/2325967120988736).
- [9] M. Harrell *et al.*, "Increased pitch-specific velocity, spin rate, and horizontal movement lead to increased odds of undergoing ulnar collateral ligament reconstruction in professional baseball pitchers using Baseball Savant data," *Arthroscopy*, 2025.
- [10] Y. Hashimoto, T. Nagami, S. Yoshitake, and H. Nakata, "The relationship between pitching parameters and release points of different pitch types in Major League Baseball players," *Frontiers in Sports and Active Living*, Vol. 5, p. 1113069, 2023, doi: [10.3389/fspor.2023.1113069](https://doi.org/10.3389/fspor.2023.1113069).
- [11] J. Lan, R. J. Patton, and X. Zhu, "Fault-tolerant wind turbine pitch control using adaptive sliding mode estimation," *Renewable Energy*, Vol. 116, pp. 219–231, 2018, doi: [10.1016/j.renene.2017.09.063](https://doi.org/10.1016/j.renene.2017.09.063).
- [12] Z. Li, L. Wang, L. Wang, X. Liu, Z. Wang, and L. Liu, "A super-twisting sliding-mode control strategy for a heaving point absorber wave energy

converter,” *Journal of Marine Science and Engineering*, Vol. 13, No. 7, p. 1214, 2025, doi: [10.3390/jmse13071214](https://doi.org/10.3390/jmse13071214).

[13] E. Olubayode, *Bayesian Analysis of Strike Likelihood in Baseball: Evaluating the Impact of Pitch Dynamics and Batter Characteristics*, Ph.D. dissertation, Graduate College, University of Oklahoma, 2025.

[14] D. M. Scarborough, A. J. Bassett, L. W. Mayer, and E. M. Berkson, “Kinematic sequence patterns in the overhead baseball pitch,” *Sports Biomechanics*, Vol. 19, No. 5, pp. 569–586, 2020, doi: [10.1080/14763141.2018.1495574](https://doi.org/10.1080/14763141.2018.1495574).

[15] D. M. Scarborough, N. K. Leonard, L. W. Mayer, L. S. Oh, and E. M. Berkson, “The association of baseball pitch delivery and kinematic sequence on stresses at the shoulder and elbow joints,” *Journal of Sports Science & Medicine*, Vol. 20, No. 1, p. 94, 2021.

[16] M. J. Solomito, E. J. Garibay, E. Golan, and C. W. Nissen, “Elbow flexion post ball release is

associated with the elbow varus deceleration moments in baseball pitching,” *Sports Biomechanics*, Vol. 20, No. 3, pp. 370–379, 2021, doi: [10.1080/14763141.2019.1605779](https://doi.org/10.1080/14763141.2019.1605779).

[17] B. C. Tham and D. B. Pham, “Modeling and second-order sliding mode control for a full three-dimensional rideable ballbot,” *International Journal of Modelling and Simulation*, Vol. 45, No. 3, pp. 948–969, 2025.

[18] T. Yamaguchi, S. Suzuki, S. Suzuki, T. Nishi, T. Fukuda, and D. Nasu, “Effect of finger–ball friction on upper limb movement during fastball pitching in baseball,” *Scientific Reports*, Vol. 15, No. 1, p. 27759, 2025, doi: [10.1038/s41598-025-27759-0](https://doi.org/10.1038/s41598-025-27759-0).

[19] H. Zhang, Q. Jiang, and A. Li, “The impact of resistance-based training programs on throwing performance and throwing-related injuries in baseball players: A systematic review,” *Heliyon*, Vol. 9, No. 12, 2023, doi: [10.1016/j.heliyon.2023.e22659](https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e22659)



طراحی کنترلر مود لغزشی بهینه برای مدل سازی و تحلیل دینامیکی حرکت دست در پرتاب

بیسبال

حمید مکارم^۱ ID، سیدآرش حق پناه^{۲*} ID

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

۲- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

چکیده

ورزش بیسبال یکی از پرطرفدارترین ورزش‌ها در ایالات متحده آمریکا به‌شمار می‌رود و تاکنون از جنبه‌های گوناگونی از جمله نوع و مکانیزم پرتاب توپ، سرعت و زاویه پرتاب، تحلیل بیومکانیکی حرکات اندام فوقانی، آسیب‌های شایع در ناحیه شانه و آرنج و تفاوت‌های عملکردی میان بازیکنان چپ‌دست و راست‌دست مورد مطالعه قرار گرفته است. با توجه به نرخ بالای آسیب‌دیدگی‌های ناشی از حرکات تکرارشونده در این رشته ورزشی، به‌ویژه در بازیکنان پست پرتاب‌گر، نیاز به توسعه راهکارهای کنترلی برای بهینه‌سازی حرکات عضلانی و مفصلی احساس می‌شود. هدف این پژوهش طراحی یک کنترلرکننده بهینه مبتنی بر روش کنترل مود لغزشی (SMC) به همراه مدل‌سازی دقیق دینامیکی حرکت اندام فوقانی هنگام پرتاب توپ بیسبال است. این مدل، امکان کنترل دقیق زوایا و گشتاورهای اعمال شده بر مفاصل را فراهم می‌سازد، به‌گونه‌ای که بتوان ضمن حفظ عملکرد ورزشی، ریسک آسیب‌های اسکلتی-عضلانی را کاهش داد. نتایج این تحقیق می‌تواند در طراحی سامانه‌های توان‌بخشی، آموزش مهارت‌های پرتاب و ساخت ربات‌های همیار ورزشی کاربرد داشته باشد.

کلمات کلیدی

پرتاب بیسبال
زوایای شانه و آرنج
گشتاورها روی مفاصل شانه و آرنج
کنترل‌کننده مود لغزشی
سیمولینک متلب

دریافت مقاله: ۱۴۰۴/۰۴/۲۸

بازنگری مقاله: ۱۴۰۴/۰۷/۲۳

پذیرش مقاله: ۱۴۰۴/۰۸/۱۲

*نویسنده مسئول

سیدآرش حق پناه

ایمیل

Haghpanah@shirazu.ac.ir

۱- مقدمه

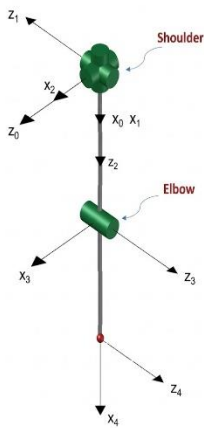
ورزش بیسبال یکی از محبوب‌ترین و پرطرفدارترین ورزش‌ها در ایالات متحده آمریکا به‌شمار می‌رود که با بهره‌گیری از ابزارهایی همچون چوب و توپ و با حضور ۹ بازیکن در هر تیم، در میدانی چمن‌دار برگزار می‌شود. تاریخچه این ورزش به قرن نوزدهم میلادی بازمی‌گردد و برخی منابع آن را برگرفته از ورزش سنتی انگلیسی کرکت می‌دانند. در دهه‌های اخیر، با پیشرفت فناوری‌های تحلیل حرکت و رشد دانش بیومکانیک، بیسبال به‌عنوان بستری غنی برای پژوهش‌های علمی در حوزه حرکت‌شناسی، تحلیل دینامیکی بدن و پیشگیری از آسیب‌های ورزشی مورد توجه قرار گرفته است [۱-۴].

پرتاب توپ یکی از حرکات کلیدی در این ورزش است که نیازمند هماهنگی دقیق میان مفاصل، عضلات و سیستم عصبی عضلانی بدن بازیکن می‌باشد. این حرکت شدیداً تکراری و سرعتی بوده و فشار زیادی را به مفاصل شانه و آرنج وارد می‌کند. مطالعات متعددی به بررسی عوامل مؤثر در افزایش عملکرد پرتاب و کاهش آسیب‌دیدگی اختصاص یافته‌اند [۵-۷]. به‌عنوان مثال، پژوهش‌هایی به رابطه میان حداکثر سرعت توپ و آسیب‌دیدگی مفصل آرنج پرداخته‌اند، برخی دیگر همبستگی میان گشتاورهای تولیدی و بروز صدمات مفصلی را بررسی کرده‌اند و نیز مطالعاتی درباره تفاوت پرتاب در بازیکنان چپ‌دست و راست‌دست یا ارتباط زمان‌بندی عضلات و سینماتیک شانه

How to Cite this Article:

[1] H. Makarem and S. A. Haghpanah, "Design of an optimal sliding mode controller for modeling and dynamic analysis of hand motion in baseball throwing," *Journal of Science and Technology in Mechanical Engineering*, Vol. 4, No. 2, pp. 191-204, 2026. [Online]. Available: <https://doi.org/10.22034/stme.2025.535646.1150> (in Persian)





شکل ۱: قرار دادن دستگاه‌های مختصات روی مفصل‌های شانه و آرنج

در مرحله بعد، به منظور توصیف موقعیت و جهت‌گیری دستگاه‌های مختصات متصل به هر مفصل در مدل سینماتیکی بازو، از روش دناویت-هارتنبِرج^۴ استفاده می‌شود. این روش یک ابزار استاندارد در تحلیل سینماتیکی سازه‌های زنجیره‌ای مانند بازوهای رباتیکی و اندام‌های بیومکانیکی است که با تعریف چهار پارامتر اصلی، امکان محاسبه ماتریس‌های تبدیل همگن بین دو دستگاه مختصات متوالی را فراهم می‌سازد. بر این اساس، با تعیین پارامترهای DH شامل زاویه پیچش، فاصله اتصال، فاصله پیشروی و زاویه چرخش برای هر لینک، ماتریس تبدیل طبق روابط استاندارد زیر به دست می‌آیند. جدول ۱ پارامترهای دناویت هارتنبِرج را نشان می‌دهد.

جدول ۱: دناویت هارتنبِرج

فازها	θ	d	α	a
0-1	θ_1	0	$\frac{\pi}{2}$	0
1-2	$\theta_2 + \frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	0
2-3	θ_3	l_1	$\frac{\pi}{2}$	0
3-4	$\theta_4 + \frac{\pi}{2}$	0	0	l_2

$$T(d, \theta, \alpha, a) = \begin{pmatrix} C\theta_i & -S\theta_i C\alpha_i & S\theta_i S\alpha_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\theta_i C\alpha_i & -C\theta_i S\alpha_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

و آرنج با سرعت پرتاب صورت گرفته است [۸ و ۹]. با این حال، اکثر تحقیقات پیشین بیشتر به تحلیل پسینی حرکات ورزشی و آسیب‌ها پرداخته‌اند و کمتر به طراحی سامانه‌های کنترلی به منظور هدایت، بهینه‌سازی و پیشگیری از آسیب‌دیدگی در حین انجام حرکت تمرکز داشته‌اند. در چنین بستری، توسعه مدل‌های دقیق دینامیکی و طراحی کنترل‌کننده‌های مقاوم می‌تواند نقش مؤثری در بهبود ایمنی و عملکرد ورزشکاران ایفا کند [۱۰-۱۲].

هدف اصلی این پژوهش، مدل‌سازی دقیق حرکت پرتاب توپ در ورزش بیسبال و طراحی یک کنترل‌کننده مقاوم مبتنی بر روش کنترل مد لغزشی (Sliding Mode Control - SMC) به منظور ردیابی دقیق زوایای مفصلی و کنترل گشتاورهای وارد بر اندام فوقانی بازیکن است. استفاده از این روش کنترلی، با توجه به مقاومت بالای آن در برابر اغتشاشات و عدم قطعیت‌های مدل، می‌تواند شبیه‌سازی حرکت واقعی را بهتر نشان دهد و نتایج حاصل از آن به کاهش احتمال آسیب‌دیدگی در طی حرکات تکراری کمک کند و همچنین در کاربردهایی چون توان‌بخشی، آموزش مهارت‌های حرکتی و توسعه ربات‌های همیار ورزشی مؤثر واقع شود.

در ادامه این مقاله، ابتدا مدل حرکتی و دینامیکی پرتاب معرفی می‌شود. سپس طراحی کنترل‌کننده SMC ارائه و پیاده‌سازی می‌گردد. در نهایت، نتایج شبیه‌سازی‌ها و تحلیل‌های صورت‌گرفته مورد بحث قرار گرفته و نتیجه‌گیری کلی ارائه خواهد شد.

۲- روش کار

معادلات دینامیکی: برای به دست آوردن معادلات دینامیکی در حرکت پرتاب توپ بیسبال، ابتدا دستگاه‌های مختصات، روی مفاصل شانه و آرنج قرار داده می‌شود که این درجات آزادی عبارت‌اند از دور کردن - نزدیک کردن^۱، خمش-کشش^۲، چرخش^۳ مفصل شانه و ۱ درجه آزادی خمش-کشش مفصل آرنج، شکل ۱ مدل ارائه‌شده به همراه دستگاه‌های مختصات مفاصل را نشان می‌دهد.

زوایای دلخواه مفصل‌های شانه و آرنج با فیلم‌برداری پرتاب توپ تند توسط هشت نفر از بازیکنان بیسبال دانشگاهی (با میانگین قد ۱۸۶ سانتی‌متر و میانگین وزن ۸۴ کیلوگرم) با استفاده از روش تبدیل خطی مستقیم (DLT) در حرکت سه‌بعدی محاسبه شد.

³ Rotation

⁴ Denavit-Hartenberg

¹ Abduction-Adduction

² Flexion-Extension

۳- طراحی کنترلر

۳-۱- تعریف خطا و سطح لغزش

برای ردیابی یک مسیر مرجع، خطای تعقیب به صورت زیر تعریف می شود:

$$d\dot{q} - \dot{q} = \dot{e} \text{ و } dq - q = e \quad (12)$$

سطح لغزشی به فرم کلاسیک انتخاب می شود:

$$s = \dot{e} + \Lambda e \quad (13)$$

که در آن $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$ یک ماتریس قطری با ضرایب مثبت است. هدف، واداشتن سیستم به حرکت روی سطح $s=0$ است که تضمین می کند خطاها نمایی به صفر میل کنند.

با جایگذاری معادله دینامیکی:

$$q'' = M^{-1}(q)(\tau - C(q, \dot{q})\dot{q}' - G(q) + d(t)) \quad (14)$$

۳-۲- مشتق سطح لغزشی

با مشتق گیری از رابطه قبل داریم:

$$s' = \dot{e}' + \Lambda \dot{e} = q'' - q''d + \Lambda(q' - q'd) \quad (15)$$

در نتیجه:

$$s' = M^{-1}(q)(\tau - C(q, \dot{q})\dot{q}' - G(q) + d(t)) - q''d + \Lambda e \quad (16)$$

۳-۳- کنترلر معادل (Equivalent Control)

اگر نامعینی و اغتشاش در نظر گرفته نشود و شرط $s' = 0$ اعمال گردد، گشتاور معادل به صورت زیر به دست می آید:

$$\tau_{eq} = M(q)(q''d - \Lambda e) + C(q, \dot{q})\dot{q}' + G(q) \quad (17)$$

این ترم تضمین می کند که در غیاب اغتشاش، مسیر مطلوب دقیقاً دنبال شود.

۳-۴- تحلیل پایداری

تابع لیاپانوف پیشنهادی به صورت زیر می باشد:

$$V = \frac{1}{2} s^T M(q) s \quad (18)$$

مشتق زمانی از رابطه فوق داریم:

حال، ماتریس های تبدیل بین فریم صفر و سایر فریم ها با ضرب کردن ماتریس های تبدیل به صورت متوالی به دست آورده می آید. با داشتن ماتریس های تبدیل بین فریم صفر و هر فریم دلخواه، می توان ماتریس چرخش و بردار جابجایی (P) بین فریم صفر و هر فریم دلخواه را به دست آورد [۱۳].

$$R = \text{Transformation matrix}(1:3, 1:3) \quad (2)$$

$$P = \text{Transformation matrix}(1:3, 4) \quad (3)$$

سپس ماتریس های ژاکوبین به دست می آیند که فرمول محاسبه ماتریس های ژاکوبین به شرح زیر است.

$$Jp(Li) = [Jp1(Li) \dots \dots Jpi(Li) \quad 0 \dots 0] \quad (4)$$

$$Jo(Li) = [Jo1(Li) \dots \dots Joi(Li) \quad 0 \dots 0] \quad (5)$$

$$Jpj(Li) = zj - 1 * (PLi - Pj - 1) \quad (6)$$

$$Joj(Li) = zj - 1 \quad (7)$$

با داشتن قد متوسط و وزن کل متوسط بدن $H=1.86$ متر، $M=84$ کیلوگرم از بین هشت فرد دانشگاهی و با استفاده از جدول داده های آنترپومتریکی، طول، جرم، شعاع ژیراسیون، چگالی و پارامترهای مرکز جرم برای دو بخش (۱. بازوی بالایی، ۲. ساعد و دست) به دست می آیند [۱۴-۱۶].

سپس ماتریس های اینرسی و کوریولیس و بردار گرانش محاسبه می گردد [۱۷-۱۹]:

$$B(q) = \sum_{i=1}^n (m_{li} J_p^{liT} J_p^{li} + J_o^{liT} R_i I_i R_i^T J_o^{li}) \quad (8)$$

$$c_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \frac{\partial b_{ij}}{\partial q_k} \dot{q}_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial b_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial b_{jk}}{\partial q_i} \right) \dot{q}_k \quad (9)$$

$$g(q) = - \sum_{j=1}^n (m_{lj} g^T J_{pj}^{lj}(q)) \quad (10)$$

در نهایت معادله دینامیکی سیستم به صورت زیر نوشته می شود:

$$B(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = u \quad (11)$$

۴- بحث

مدل دینامیک دست به روش لاگرانژ استخراج گردید. در این مدل ورودی‌ها گشتاورهای هر مفصل است که به کمک طراحی کنترلر مسیر مطلوب به دست آمده از آزمایش دنبال گردید. شکل‌های ۵ تا ۸ گشتاور اعمالی به هر مفصل را که کنترلر به دست آورده است نشان می‌دهد. شبیه‌سازی ردیابی مفاصل در شکل ۹ تا شکل ۱۲ نشان داده شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که کنترلر مود لغزشی طراحی شده قادر است مسیر مطلوب مفاصل را با دقت بالایی دنبال کند. مقدار RMS خطای کلی حدود ۰/۶۷ درجه بود و بیشینه خطاها در بازه ۱/۱۵ تا ۲/۸۷ درجه قرار داشت که برای حرکات سریع پرتابی (T≈0.5 s) قابل قبول و عملی است. مشاهده می‌شود که خطاها در ابتدای حرکت (تقریباً ۰/۱ تا ۰/۲ ثانیه) به سرعت کاهش یافته و سیستم وارد ناحیه خطای کوچک (۰/۵۷±درجه) می‌شود. این رفتار نشان‌دهنده همگرایی سریع سطح لغزشی و مقاومت مناسب نسبت به اختلالات مدل شده است. استفاده از تابع اشباع به جای sign نیز چترینگ^۱ را کاهش داده در حالی که دقت ردیابی را در حد قابل قبول حفظ کرده است. مقایسه گشتاور مفاصل نشان می‌دهد که گشتاورهای اعمالی به مفصل شانه نسبت به آرنج بزرگ‌تر است و ریسک آسیب به مفصل شانه در این ورزش نیز بیشتر است. در ابتدای حرکت نیز مقدار این گشتاور نسبت به طول مسیر یک جهش داشته است که ناشی از بالا آوردن دست برای شروع حرکت است.

۵- تحلیل نتایج و نمودارها:

۵-۱- بررسی تعقیب و ردیابی مسیر

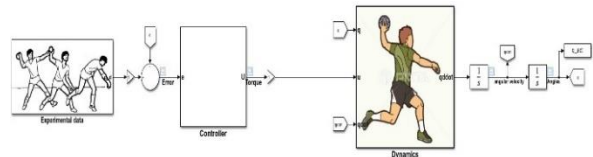
در شبیه‌سازی انجام شده، مسیر مطلوب برای چهار درجه آزادی بازو (سه درجه مفصل شانه و یک درجه مفصل آرنج) به عنوان ورودی مرجع تعریف شد. نتایج به وضوح نشان می‌دهند که پاسخ سیستم تحت کنترلر مود لغزشی تقریباً منطبق با مسیر مرجع است. در نمودارهای مقایسه‌ای (زاویه مرجع و زاویه شبیه‌سازی)، انطباق بین دو منحنی بسیار نزدیک است و اختلاف تنها در مقیاس بسیار کوچک مشاهده می‌شود. این همگرایی سریع بیانگر توانایی کنترلر در جبران اغتشاشات مدل و نامعینی‌های موجود در دینامیک بازو است.

$$\dot{V} = sT(\tau - \tau_{eq} + d(t)) \quad (19)$$

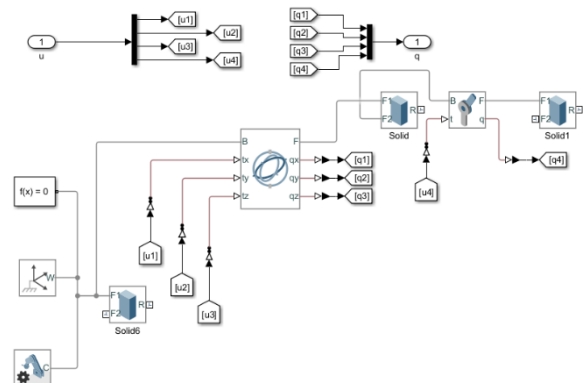
با جایگذاری قانون کنترل و فرض $\|d(t)\| \leq d$:

$$\dot{V} \leq -sTKsat(\phi s) + \|s\| d \quad (20)$$

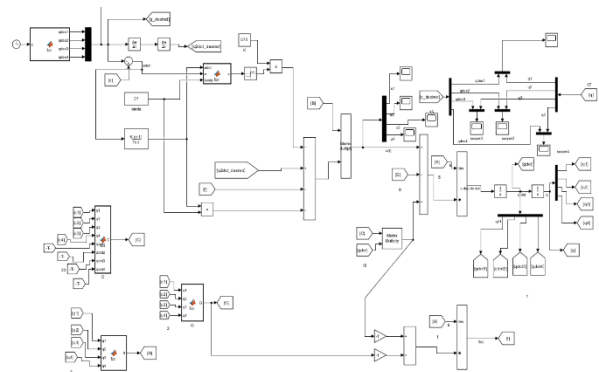
اگر ضرایب K به گونه‌ای انتخاب شوند که $K > \bar{d} + \eta$ (با $\eta > 0$) آنگاه $\dot{V} < 0$ و پایداری سیستم و همگرایی سطح لغزشی تضمین می‌شود. در نتیجه خطاها به ناحیه‌ای کوچک اطراف صفر همگرا خواهند شد. شکل ۲ تا شکل ۴ مدل دینامیکی به همراه کنترلر طراحی شده را در نرم‌افزار متلب نشان می‌دهد.



شکل ۲: ترکیب مدل دینامیکی و کنترلر در matlab simulink



شکل ۳: مدل دینامیکی سیستم در matlab simscape multibody



شکل ۴: طراحی کنترلر کننده مود لغزشی در matlab simulink

¹ Chattering

۲-۵- بررسی خطاها

برای تحلیل کمی، خطاهای تعقیب زاویه در هر چهار مفصل محاسبه شدند. جدول ۲ مقادیر خطای RMS و بیشینه خطا را نشان می دهد.

جدول ۲: مقادیر خطای RMS و بیشینه خطا برای مفاصل

مفصل	خطای RMS	بیشینه خطا
شانه - درجه آزادی ۱	1/00°	2/86°
شانه - درجه آزادی ۲	0/32°	1/15°
شانه - درجه آزادی ۳	0/49°	1/72°
آرنج	0/66°	2/29°
میانگین کل	0/67°	-

این مقادیر نشان می دهند که خطا در سطحی بسیار پایین کنترل شده و سیستم قادر است با دقت بالا مسیر مطلوب را دنبال کند.

۳-۵- بررسی سطح لغزشی

نمودارهای مربوط به سطح لغزشی s نشان می دهند که پس از گذشت مدت زمان کوتاهی، سطح لغزشی به صفر همگرا می شود و در ناحیه مرزی تعیین شده توسط پارامتر ϕ باقی می ماند. این امر به طور مستقیم صحت تحلیل پایداری مبتنی بر لیاپانوف و عملکرد مقاوم کنترلر را تأیید می کند.

۴-۵- اثر اغتشاش و نامعینی

در طی شبیه سازی، وجود اغتشاشات خارجی و نامعینی های مدل در نظر گرفته شد. نمودارها نشان می دهند که در حضور این اغتشاشات، کنترلر توانسته است پاسخ سیستم را پایدار نگه دارد و خطا را در محدوده بسیار کوچک حفظ کند. این ویژگی همان خاصیت اصلی کنترلر مود لغزشی یعنی مقاوم بودن در برابر نامعینی ها را به خوبی نشان می دهد.

$$\Delta(q, \dot{q}, t) + d(t) + \tau = G(q) + \dot{q}C(q, \dot{q}) + \ddot{q}M(q) \quad (21)$$

۵-۵- مقایسه مسیر مطلوب و شبیه سازی

با توجه به نمودارهای مقایسه ای، می توان گفت که مسیرهای شبیه سازی شده تقریباً هم پوشانی کامل با مسیرهای مطلوب دارند. تنها در برخی لحظات تغییرات سریع، مقدار اندکی اختلاف مشاهده می شود که به سرعت توسط کنترلر جبران می گردد؛ بنابراین، می توان نتیجه گرفت که کنترلر طراحی شده نه تنها از نظر تئوری پایدار است، بلکه در عمل نیز توانسته است ردیابی دقیقی فراهم کند.

۶-۵- جمع بندی نتایج

شکل ۱۳ خطای ردیابی مفاصل را نشان می دهد. مقادیر خطای RMS در تمامی درجات آزادی کمتر از ۱° بوده است که از نظر بیومکانیکی قابل چشم پوشی است.

حداکثر خطا نیز در هیچ یک از مفاصل از ۳° تجاوز نکرده است که دقت بالای کنترلر را نشان می دهد. مسیر مطلوب و مسیر شبیه سازی شده تقریباً هم پوشانی کامل دارند و اختلاف بین آنها در مقیاس نمودار به سختی قابل مشاهده است.

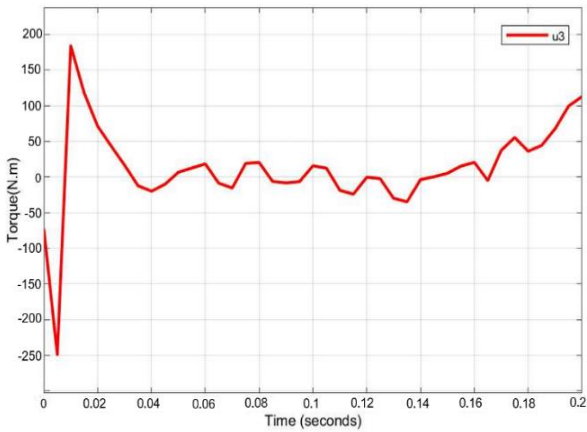
کنترلر مود لغزشی علاوه بر تضمین پایداری، قابلیت بالایی در مقابله با اغتشاش و عدم قطعیت مدل نشان داده است.

نتایج نشان می دهند که این رویکرد برای کاربردهای بیومکانیکی مانند پرتاب بیسبال که نیازمند سرعت بالا و دقت زیاد هستند، مناسب و کارآمد است.

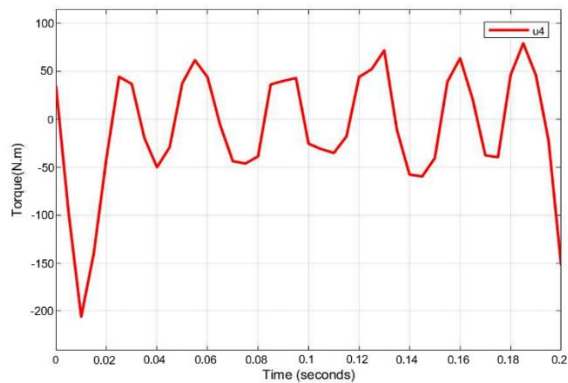
۶- نتیجه گیری

در این پژوهش یک کنترلر مود لغزشی برای بازوی بیومکانیکی با چهار درجه آزادی شامل سه درجه در شانه و یک درجه در آرنج طراحی و پیاده سازی شد. نتایج شبیه سازی نشان دادند که کنترلر پیشنهادی قادر است با دقت بالا مسیر مطلوب را ردیابی کرده و خطای RMS را در سطحی کمتر از ۱° حفظ نماید. همگرایی سریع سطح لغزشی و مقاومت سیستم در برابر اغتشاشات و نامعینی های دینامیکی، بیانگر کارایی بالای این رویکرد در مسائل بیومکانیکی است. از دیدگاه آسیب شناسی ورزشی، این نتایج اهمیت ویژه ای دارند. پرتاب بیسبال از جمله حرکات پیچیده و پرشتاب است که فشار مکانیکی بالایی به مفصل شانه و آرنج وارد می کند. انحراف اندک در مسیر حرکتی می تواند منجر به بارهای غیرمقارن و افزایش ریسک آسیب هایی نظیر پارگی کپسول شانه، آسیب به لیگامان های آرنج و سندروم های overuse شود. کنترل دقیق مسیر و سرعت مفاصل با استفاده از مدل سازی و الگوریتم های مقاوم مانند مود لغزشی می تواند به شناسایی الگوهای حرکتی پرخطر کمک کرده و مبنایی برای طراحی پروتکل های پیشگیرانه در تمرینات و بازتوانی فراهم آورد؛ بنابراین، ارتباط مستقیم بین یافته های کنترلی این پژوهش و حوزه آسیب شناسی ورزشی قابل مشاهده است: هر چه خطا و نوسانات حرکتی کمتر باشد، احتمال بروز نیروهای غیرطبیعی در مفاصل نیز کاهش یافته و از آسیب های ناشی از پرتاب های مکرر جلوگیری خواهد شد. بدین ترتیب، کنترلرهای مقاوم نه تنها در رباتیک و بیومکانیک کاربرد دارند، بلکه می توانند به عنوان

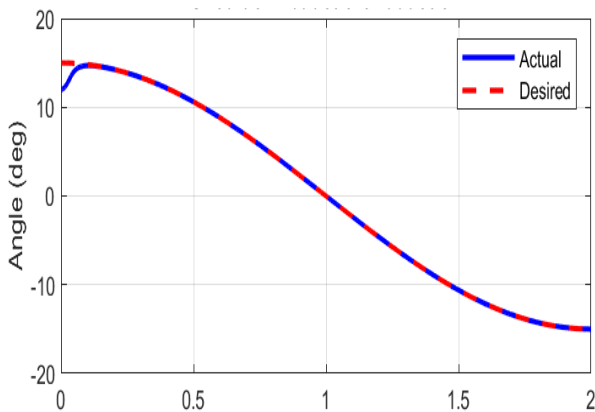
ابزار تحلیلی و پیشگیرانه در مطالعات پزشکی ورزشی نیز به کار گرفته شوند. به طور کلی، می توان نتیجه گرفت که طراحی کنترلرهای مقاوم نه تنها برای کاربردهای مهندسی و رباتیک مفید است، بلکه می تواند در حوزه های ورزشی و پزشکی نیز ارزشمند باشد. نتایج این پژوهش نشان می دهد که استفاده از مدل های دقیق دینامیکی همراه با کنترلرهای مقاوم، راهکاری مؤثر برای بهبود عملکرد حرکات پرشتاب ورزشی و کاهش آسیب های ناشی از بارهای مکانیکی نامتقارن است. در نتیجه، ترکیب بینش مهندسی کنترل با آسیب شناسی ورزشی می تواند چشم اندازی نوین برای توسعه سیستم های توان بخشی هوشمند و طراحی برنامه های تمرینی ایمن و کارآمد ایجاد کند.



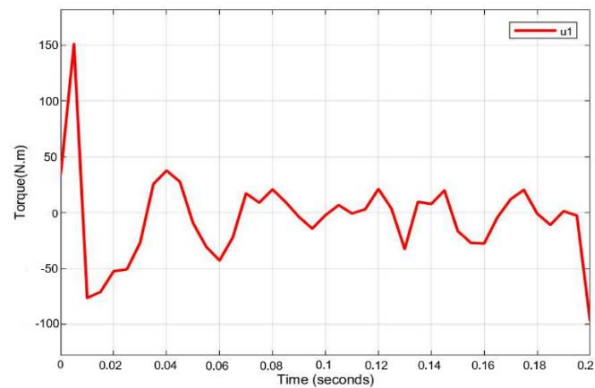
شکل ۷: گشتاور کنترلی روی شانه (روتیشن)



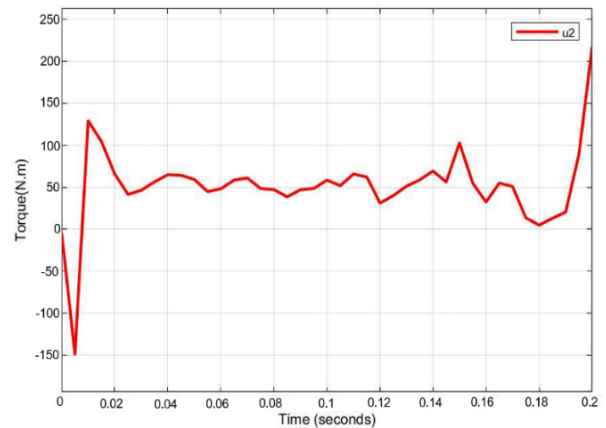
شکل ۸: گشتاور کنترلی روی آرنج (فلکشن - اکستنشن)



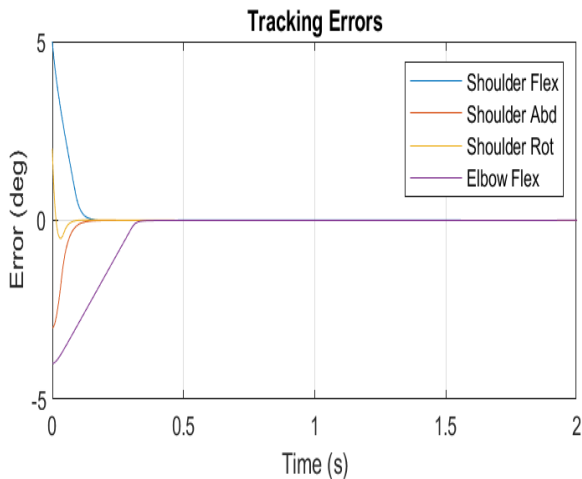
شکل ۹: زاویه ابداکشن - ادداکشن شانه



شکل ۵: گشتاور کنترلی روی شانه (ابداکشن-ادداکشن)



شکل ۶: گشتاور کنترلی روی شانه (فلکشن - اکستنشن)



شکل ۱۳: خطاهای ردیابی

۷- منابع

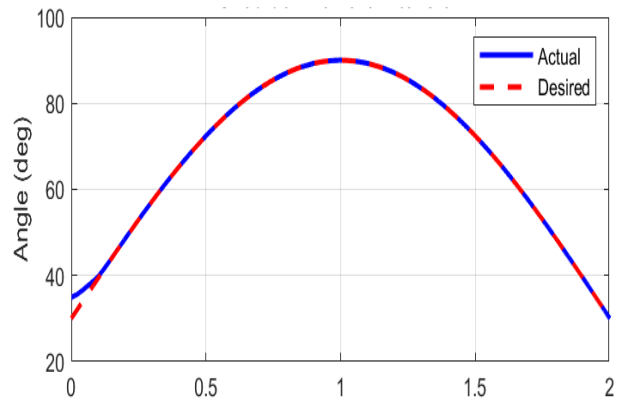
[1] B. Ata, "Adaptive backstepping decoupled fast terminal sliding mode control for underactuated systems under uncertainties and actuator faults," *IEEE Access*, 2025.

[2] Y.-W. Bai and I.-H. Hsieh, "Using a wearable device to assist the training of the throwing motion of baseball players," in *Proc. 2019 IEEE Canadian Conf. Electrical and Computer Engineering (CCECE)*, 2019, pp. 1–6.

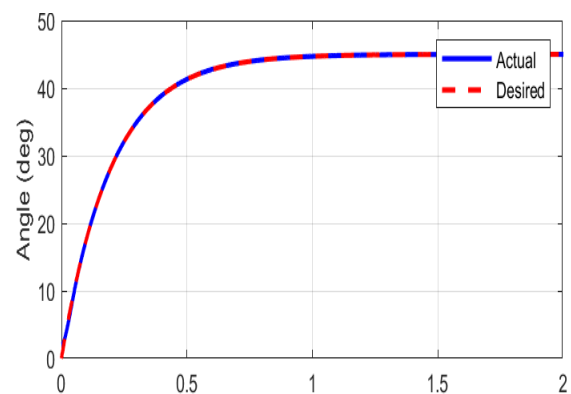
[3] X. Chu, W. Li, H. Pan, and Y. Kong, "Fuzzy-adaptive sliding mode control with pitch transient prescribed performance control for nacelle suspension," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2025.

[4] R. L. Crotin *et al.*, "Analysis of injuries and pitching performance between Major League Baseball and Nippon Professional Baseball: A two-team comparison between 2015 and 2019," *Orthopaedic Journal of Sports Medicine*, Vol. 9, No. 5, p. 23259671211008810, 2021, doi: [10.1177/23259671211008810](https://doi.org/10.1177/23259671211008810).

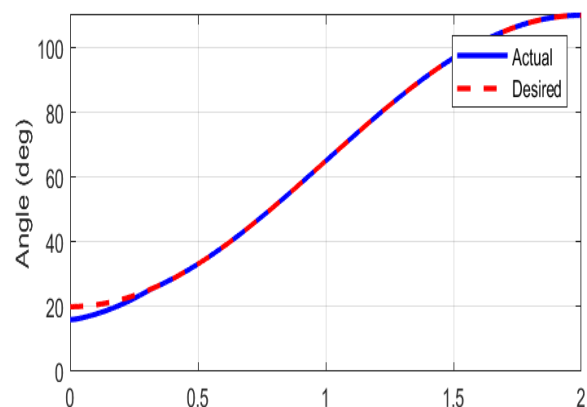
[5] M. K. Dawane and G. Malwatkar, "Comparative study on implementation of PID control architecture and sliding mode control with IoT integration on inverted pendulum systems," in *Interdisciplinary Approaches to AI, Internet of Everything, and Machine Learning*. Hershey, PA, USA: IGI Global, 2025, pp. 49–72.



شکل ۱۰: زاویه فلکشن - اکستنشن شانه



شکل ۱۱: زاویه روتیشن شانه



شکل ۱۲: زاویه فلکشن - اکستنشن آرنج

- [13] E. Olubayode, *Bayesian Analysis of Strike Likelihood in Baseball: Evaluating the Impact of Pitch Dynamics and Batter Characteristics*, Ph.D. dissertation, Graduate College, University of Oklahoma, 2025.
- [14] D. M. Scarborough, A. J. Bassett, L. W. Mayer, and E. M. Berkson, "Kinematic sequence patterns in the overhead baseball pitch," *Sports Biomechanics*, Vol. 19, No. 5, pp. 569–586, 2020, doi: [10.1080/14763141.2018.1495574](https://doi.org/10.1080/14763141.2018.1495574).
- [15] D. M. Scarborough, N. K. Leonard, L. W. Mayer, L. S. Oh, and E. M. Berkson, "The association of baseball pitch delivery and kinematic sequence on stresses at the shoulder and elbow joints," *Journal of Sports Science & Medicine*, Vol. 20, No. 1, p. 94, 2021.
- [16] M. J. Solomito, E. J. Garibay, E. Golan, and C. W. Nissen, "Elbow flexion post ball release is associated with the elbow varus deceleration moments in baseball pitching," *Sports Biomechanics*, Vol. 20, No. 3, pp. 370–379, 2021, doi: [10.1080/14763141.2019.1605779](https://doi.org/10.1080/14763141.2019.1605779).
- [17] B. C. Tham and D. B. Pham, "Modeling and second-order sliding mode control for a full three-dimensional rideable ballbot," *International Journal of Modelling and Simulation*, Vol. 45, No. 3, pp. 948–969, 2025.
- [18] T. Yamaguchi, S. Suzuki, S. Suzuki, T. Nishi, T. Fukuda, and D. Nasu, "Effect of finger–ball friction on upper limb movement during fastball pitching in baseball," *Scientific Reports*, Vol. 15, No. 1, p. 27759, 2025, doi: [10.1038/s41598-025-27759-0](https://doi.org/10.1038/s41598-025-27759-0).
- [19] H. Zhang, Q. Jiang, and A. Li, "The impact of resistance-based training programs on throwing performance and throwing-related injuries in baseball players: A systematic review," *Heliyon*, Vol. 9, No. 12, 2023, doi: [10.1016/j.heliyon.2023.e22659](https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e22659).
- [6] R. F. Escamilla, G. S. Fleisig, D. Groeschner, and K. Akizuki, "Biomechanical comparisons among fastball, slider, curveball, and changeup pitch types and between balls and strikes in professional baseball pitchers," *The American Journal of Sports Medicine*, Vol. 45, No. 14, pp. 3358–3367, 2017, doi: [10.1177/0363546517730052](https://doi.org/10.1177/0363546517730052).
- [7] X. Fu, H. Ai, and L. Chen, "Repetitive learning sliding mode stabilization control for a flexible-base, flexible-link and flexible-joint space robot capturing a satellite," *Applied Sciences*, Vol. 11, No. 17, p. 8077, 2021, doi: [10.3390/app11178077](https://doi.org/10.3390/app11178077).
- [8] T. J. Hamer, S. Chung, and A. B. Rosen, "Comparison of biomechanical factors before and after UCL surgery in baseball athletes: A systematic review with meta-analysis," *Orthopaedic Journal of Sports Medicine*, Vol. 9, No. 3, p. 2325967120988736, 2021, doi: [10.1177/2325967120988736](https://doi.org/10.1177/2325967120988736).
- [9] M. Harrell *et al.*, "Increased pitch-specific velocity, spin rate, and horizontal movement lead to increased odds of undergoing ulnar collateral ligament reconstruction in professional baseball pitchers using Baseball Savant data," *Arthroscopy*, 2025.
- [10] Y. Hashimoto, T. Nagami, S. Yoshitake, and H. Nakata, "The relationship between pitching parameters and release points of different pitch types in Major League Baseball players," *Frontiers in Sports and Active Living*, Vol. 5, p. 1113069, 2023, doi: [10.3389/fspor.2023.1113069](https://doi.org/10.3389/fspor.2023.1113069).
- [11] J. Lan, R. J. Patton, and X. Zhu, "Fault-tolerant wind turbine pitch control using adaptive sliding mode estimation," *Renewable Energy*, Vol. 116, pp. 219–231, 2018, doi: [10.1016/j.renene.2017.09.063](https://doi.org/10.1016/j.renene.2017.09.063).
- [12] Z. Li, L. Wang, L. Wang, X. Liu, Z. Wang, and L. Liu, "A super-twisting sliding-mode control strategy for a heaving point absorber wave energy converter," *Journal of Marine Science and Engineering*, Vol. 13, No. 7, p. 1214, 2025, doi: [10.3390/jmse13071214](https://doi.org/10.3390/jmse13071214).